

INSTITUT SUPERIEUR DES ETUDES
TECHNOLOGIQUES DE KAIROUAN

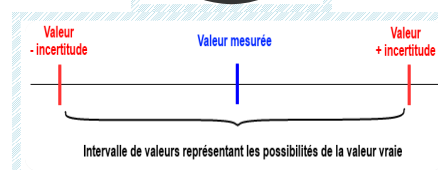


DÉPARTEMENT GÉNIE ÉLECTRIQUE

Mr. SAMIR ARFA

COURS MESURE ET MÉTROLOGIE

GETC1



Avant propos

Ce cours correspond aux programmes de l'enseignement supérieur de la matière mesure et métrologie dans le réseau des Instituts Supérieurs des Etudes Technologiques (ISETs) pour les étudiants de la 1^{ère} année tronc commun génie électrique.

Ce document est structuré en six chapitres qui couvrent le programme officiel de la matière.

Fiche matière

Unité d'enseignement : **Mesure et métrologie**

Code UE : 2.5

ECUE n°1 : **Mesure et métrologie**

Code ECUE : 2.5.1

Domaine de formation : Sciences appliquées et technologie	Mention : GE
Domaine et parcours : Licence appliquée	Spécialité :
Parcours : Tronc Commun	Semestre S2

Nombre d'heures/semestre		Coefficient	Credits	Système d'évaluation
Cours intégrés	Travaux pratiques			
21	0	2	2	Continu

<p>- OBJECTIFS DE L'ENSEIGNEMENT :</p> <ul style="list-style-type: none"> - acquérir des notions de base en métrologie - Connaître les limites d'une mesure prise expérimentalement. - Evaluer l'incertitude de mesure - Appliquer différentes techniques pour Mesurer des grandeurs électriques. <p>- PRE-REQUIS :</p> <p style="padding-left: 20px;">Notions de mathématiques, Notions de physique de base, circuits électriques</p> <p>Contenu théorique :</p> <p>Métrologie :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Généralité, normes, métrologie dans l'entreprise, métrologie et qualité • Catégorie de métrologie : métrologie scientifique, métrologie industrielle et métrologie légale • Vocabulaire de la métrologie • Généralités sur la mesure : Unités de mesure, Méthodes de mesure, Les étalons de mesure, Les erreurs de mesure • Calcul d'erreurs de mesure : Incertitude absolue, Incertitude relative, règles de calcul d'incertitudes, présentation d'un résultat de mesure. <p>Mesure électrique</p> <ul style="list-style-type: none"> • Méthodes de mesure des grandeurs électriques : Méthodes directes et indirectes, Méthode des ponts, Méthode de résonance • Mesure des grandeurs électriques : Mesure des courants et des tensions, Mesure des impédances, Mesure des puissances (en CC, en CA 1~ et en 3~) • Appareils de mesure Analogiques : Les appareils de mesure à déviation (magnétoélectrique, ferromagnétique, électrodynamique, ...). • Appareils de mesure Numériques : Caractéristiques des appareils à affichage numériques, Différents méthodes de conversions analogiques numériques (convertisseur simple rampe, convertisseur double rampe, convertisseur tension fréquence...) <p>Mesures chronométriques : Fréquence-mètre, Période-mètre, Phasemètre, Mesure en HF</p> <p>Étalonnage, vérification et ajustage d'un équipement de mesure</p> <p>Traçabilité</p> <p>Bibliographie :</p>

Sommaire

Avant propos	2
Fiche matière.....	3
Chapitre 1 : Généralités et notions de base sur la mesure	5
Chapitre 2 : Erreurs et Incertitudes de mesure	12
Chapitre 3 : Appareils de mesure en courant continu et en courant alternatif	21
Chapitre 4 : Les appareils de mesure Numériques.....	30
Chapitre 5 : mesures des résistances et des impédances.....	36
Chapitre 6 : Mesure de la puissance en courant continu et alternatif	47
Bibliographie :.....	57

Chapitre 1 : Généralités et notions de base sur la mesure

1. Définitions

En métrologie, souvent mesurer c'est comparer.

Les résultats des mesures servent à prendre des décisions :

- Acceptation d'un produit (mesure des caractéristiques, des performances),
- Réglage d'un instrument de mesure, validation d'un procédé,
- Réglage d'un paramètre dans le cadre d'un contrôle d'un procédé de fabrication,
- Validation d'une hypothèse,
- Définition des conditions de sécurité d'un produit ou d'un système.

Un résultat de mesure s'écrit sous la forme : $X = |X| [X]$

Où X est le nom de la grandeur physique, [X] représente l'unité et |X| est la valeur numérique de la grandeur exprimée dans l'unité choisie.

- **Grandeur (mesurable)** : attribut d'un phénomène, d'un corps ou d'une substance susceptible d'être distinguée qualitativement et déterminée quantitativement
- **Unité de mesure** : c'est une grandeur particulière, définie par convention, à laquelle on compare les autres grandeurs de même nature pour les exprimer quantitativement.
- **Mesurage** : ensemble des opérations ayant pour but de déterminer une valeur d'une grandeur.
- **Mesurande** : grandeur particulière soumise à mesurage.
- **Incertitude de mesure** : paramètre, associé au résultat d'un mesurage, qui caractérise la dispersion des valeurs qui pourraient être attribuées au mesurande.
- **Etalon de mesure** : dispositif auquel on doit se fier pour contrôler l'exactitude des résultats fournis par un appareil de mesure.

2. Grandeurs électriques et unités de mesure

a. Grandeurs électriques

Les principales grandeurs électriques qu'un technicien est amené à mesurer sont les suivants :

- La tension ou ddp entre 2 points,
- L'intensité d'un courant dans une branche d'un circuit,

- La résistance d'un dipôle,
- La capacité d'un condensateur,
- L'inductance d'une bobine,
- La puissance dissipée dans un circuit,
- La fréquence et la période d'un signal.

b. Grandeurs et unités de base dans le système SI :

Les grandeurs électriques et leurs unités de base dans le système international (SI) sont données par le tableau suivant :

Grandeur	Symbole	Unité	Symbole	Appareil de mesure
Tension (d.d.p)	U	Volt	V	Voltmètre
f.é.m. ou f.c.m.	E	Volt	V	Voltmètre
Courant	I	Ampère	A	Ampèremètre
Puissance active	P	Watt	W	Wattmètre
Puissance réactive	Q	Volt ampère réactive	VAR	Var mètre
Puissance apparente	S	Volt ampère	VA	
Énergie ou travail	E ou W	kilo Watt heure ou Joule	KWh ou J	Compteur d'énergie
Résistivité	ρ	Ohm-mètre	Ωm	
Résistance	R	Ohm	Ω	Ohmmètre
Réactance	X	Ohm	Ω	Pont d'impédances
Impédance	Z	Ohm	Ω	Pont d'impédances
Capacité	C	Farad	F	Capacimètre
Inductance	L	Henry	H	Henry mètre
Période	T	Seconde	S	Période mètre
Fréquence	F	Hertz	Hz	Fréquencemètre
Température	T	Degrés Celsius	$^{\circ}\text{C}$	Thermomètre
Pression	P	Pascal	Pa (ou bar)	Baromètre
Chaleur	Q	Calorie	Cal	Calorimètre
Éclairement	E	Luxe	Lux	Luxmètre
Intensité lumineuse	I	Candela	Cd	Candela mètre
Vitesse de rotation	Ω ou N	Tour par minute	tr/mn	Tachymètre
Induction magnétique	B	Tesla	T	Tesla mètre
Flux d'induction	Φ	Weber	Wb	Flux mètre
Pulsation	ω	Rad par seconde	Rad/s	

Déphasage	φ	degré ou radian	($^{\circ}$) ou (rad)	phasemètre
Tableau 1 : Grandeurs et unités de mesure				

c. Equivalences des unités traditionnelles et les unités légales :

Grandeurs	Unités traditionnelles	Unités légales
Force	1 Kgf	9,8 N
	0.102 Kgf	1 N
Pression	1 Kgf/m ²	9.8 Pa
	0.102 Kgf/m ²	1 Pa=10 ⁻⁵ bar
Energie	1 cal	4.1855 J
	0.2389 cal	1 J
	1 Kcal	1.163 Wh
	0.860 Kcal	1 Wh= 3600J
Puissance	1 Kcal/h	1.163 W
	0.860 Kcal/h	1 W

3. Multiples et sous multiples des unités

a. Multiples des unités

Préfixe du nom de l'unité	Symbole à placer devant celui de l'unité	Multiplicateur de l'unité
Yotta	Y	10 ²⁴
Zetta	Z	10 ²¹
Exa	E	10 ¹⁸
Péta	P	10 ¹⁵
Téra	T	10 ¹²
Giga	G	10 ⁹
Méga	M	10 ⁶
Kilo	K	10 ³
Hecto	h	10 ²
déca	da	10 ¹

Tableau 1 : Multiples des unités

b. Sous multiples des unités

Préfixe du nom de	Symbole à placer	Multiplicateur de
-------------------	------------------	-------------------

l'unité	devant celui de l'unité	l'unité
déci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
milli	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}
atto	a	10^{-18}
zepto	z	10^{-21}
yocto	y	10^{-24}

Tableau3 : Sous multiples des unités

Remarque :

Quelques unités d'origine anglo-saxonne sont également très utilisées :

- ✓ Le pouce (inch) : 1 in = 2,54cm = 25.4mm ;
- ✓ Le pied (foot) : 1ft = 12pouce = 30,5cm = 0.305m ;
- ✓ La livre (pound) : 1lb = 453.6g ;
- ✓ Le mile : 1mi = 5280ft = 1609m = 1,609km ;
- ✓ Le mil : 1mil = 10^{-3} in = 25.4 μ m ;
- ✓ 1cheval : 1CV = 736W.

4. Les appareils de mesure

Dans le domaine électrique et électronique, les appareils de mesure utilisés sont :

- le voltmètre pour mesurer des tensions,
- l'ampèremètre pour mesurer des intensités,
- le wattmètre pour mesurer des puissances,
- l'ohmmètre pour mesurer des résistances,
- le fréquencemètre pour la mesure de fréquence, de période et des temps
- l'oscilloscope pour visualiser la forme d'une onde et d'obtenir de nombreux renseignements (amplitude, période...).

Le voltmètre, ampèremètre, et ohmmètre sont souvent regroupés en un seul appareil appelé *multimètre*.

Ces appareils se trouvent sous la forme analogique et sous la forme numérique.






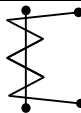



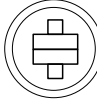



a. Les appareils de mesure analogiques

Ce sont des appareils à déviation ou à aiguille. On distingue plusieurs types.

- *Appareil magnéto-électrique*
- *Appareil ferromagnétique*
- *Appareil électrodynamique*
- *Appareil électrostatique*
- *Appareil thermique*

b. Symboles portés sur les cadrants des appareils de mesure analogique

Sur le cadran d'un appareil de mesure analogique, le constructeur indique souvent, le type de l'appareil, la nature du courant, la tension d'isolement, la position de lecture, la classe de précision, la sensibilité, etc....

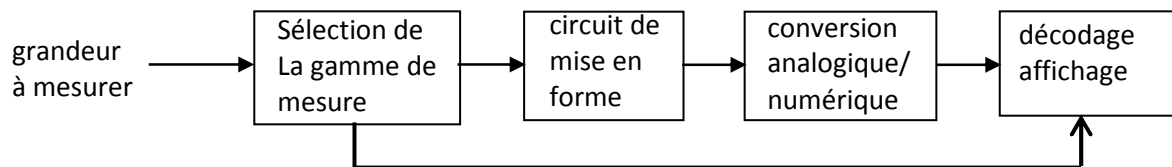
Symbole	Signification	Symbole	Signification
	<i>Courant continu</i>		<i>Appareil magnéto-électrique</i>
	<i>Courant alternatif</i>		<i>Magnétoélectrique avec redresseur</i>
	<i>Courant continu et alternatif</i>		<i>Appareil ferromagnétique</i>
	<i>Position de lecture verticale</i>		<i>Appareil électrodynamique</i>
	<i>Position de lecture horizontale</i>		<i>Appareil ferrodynamique</i>
	<i>Position de lecture inclinée</i>		<i>Appareil à induction</i>
ex : 50Hz...100KHz	<i>Bande passante</i>		<i>Appareil électrostatique</i>

☆	<i>Tension d'isolement : 500V</i>	↓	<i>Appareil thermique</i>
☆ 1	<i>Tension d'isolement : 1KV</i>	<i>0,5 ou 1 ou 2</i>	<i>Classe de précision de l'appareil : 0,5% ou 1% ou 2% du calibre</i>

c. Les appareils de mesure numériques

Les appareils de mesure numériques sont de plus en plus utilisés du fait de leur fiabilité, leur précision, leur robustesse et leur facilité de lecture. Ils sont aussi de moins en moins chers et deviennent même compétitifs avec les appareils analogiques de bas de gamme.

Le schéma fonctionnel d'un appareil de mesure numérique est :



5. Étalonnage des appareils de mesure:

Après un temps d'exploitation, les indications d'un appareil de mesure sont erronées, il faut apporter aux mesures des corrections. L'étalonnage d'un appareil de mesure est l'opération qui consiste à contrôler ses indications par comparaison avec un autre appareil dit « étalon ».

D'où le besoin d'un certain nombre d'étalons pour réaliser les mesures et vérifier les instruments qui doivent être précis et stable. Il existe des unités au niveau mondial pour fabriquer les étalons (par exemple BNM : Bureau National de Métrologie).

La précision de l'appareil à étalonner résulte de la méthode d'étalonnage utilisée et de la précision des appareils étalons employés.

Parmi les étalons qui nous intéressent particulièrement on peut citer :

a. Étalonnage d'un ampèremètre

L'appareil à étalonner A_x et l'appareil étalon A_E sont tous deux insérés en série dans un circuit parcouru par une intensité, réglable I dont la valeur maximale sera celle du calibre des deux appareils. Pour chaque valeur choisie sur l'appareil A_x on relèvera la valeur exacte correspondante sur l'appareil A_E . On déduira la correction en dressant un tableau

b. Étalonnage d'un voltmètre

L'appareil à étalonner V_x est monté en parallèle avec l'étalon V_E aux bornes d'une source de tension réglable.

Chapitre 2 : Erreurs et Incertitudes de mesure

1. Introduction :

Aucune mesure n'est parfaite. Quelque soit le soin apporté à sa mise en œuvre, la précision de l'appareil, la compétence de l'opérateur, le respect des règles de manipulation et de contrôle sévère de tous les paramètres d'influence, il restera toujours une incertitude sur la mesure, aussi infinie soit-elle. C'est pourquoi toute mesure, pour être complète, doit comporter la valeur mesurée et les limites de l'erreur possible sur la valeur donnée.

2. Nature des erreurs

- ✓ *L'erreur systématique* : erreur reproductible liée à la loi physique qui régit la grandeur mesurée, aux conditions d'utilisation de l'appareil de mesure (calibre, erreur de parallaxe,...), aux différentes erreurs introduites dans la chaîne de mesure. On peut y remédier par un bon réglage de zéro, un bon étalonnage et une appréciation de la fraction de division, en tenant compte des erreurs de méthode dans la mesure en les calculant.
- ✓ *L'erreur aléatoire* : erreur non reproductible (exemple du bruit). Pour remédier à ces erreurs, il suffit que les montages soient clairs et soignés et les paramètres mis en jeu soient bien connus et maîtrisés. En effet, il suffit d'utiliser un bon oscilloscope possédant un réglage qui permet d'éliminer la rotation du faisceau.

On peut aussi réduire ces erreurs en faisant une série de mesures et en calculant la valeur moyenne arithmétique.

- ✓ *L'erreur accidentelle* : mauvais emploi, mauvais serrage ou dysfonctionnement de l'appareil.

3. Caractéristiques des instruments de mesure

- ✓ *Gamme de mesure* : ensemble des valeurs du mesurande pour lesquelles un instrument de mesure est supposé fournir une mesure correcte.
- ✓ *Etendue de mesure* : différence entre la valeur maximale et la valeur minimale de la gamme de mesure.

- ✓ Classe de précision: valeur en % du rapport entre la plus grande erreur possible et l'étendue de mesure.

$$\text{classe (\%)} = 100 \frac{\text{plus grande erreur possible}}{\text{étendue de mesure}}$$

- ✓ Résolution: pour les appareils de mesure numériques, on définit la résolution par :

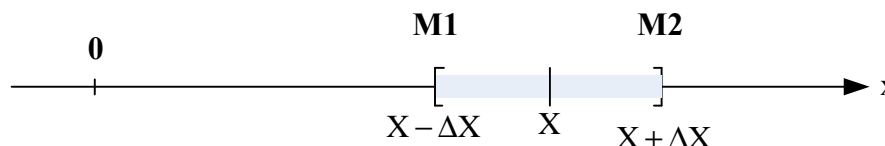
$$\text{résolution} = \frac{\text{étendue de mesure}}{\text{nombre de points de la mesure}}$$

- ✓ Rapidité, temps de réponse: aptitude d'un instrument à suivre les variations de la grandeur à mesurer.
- ✓ Bande passante: bande de fréquence pour laquelle le gain de l'instrument est supérieur ou égal à au gain maximal / $\sqrt{2}$.

4. Les incertitudes de mesure des appareils analogiques

On appelle incertitude de mesure ΔX , la limite supérieure de la valeur absolue de l'écart entre la valeur mesurée et la valeur exacte de la mesurande notée $\Delta X = \sup|\varepsilon| = \sup|X_{mes} - X_{exact}|$.

C'est un paramètre associé au résultat d'un mesurage, qui caractérise la dispersion des valeurs qui pourraient raisonnablement être attribuées au mesurande.



La valeur réelle se trouve nécessairement entre les points M_1 et M_2 , dans l'intervalle de confiance.

En pratique cette **incertitude ne peut être qu'estimée**. On distingue deux types :

- ✓ **Incertitude absolue** ΔX qui a la même unité que la grandeur mesurée
- ✓ **Incertitude relative** $\Delta X/X$ qui s'exprime en %.

a. Les incertitudes de mesure des méthodes directe :

La grandeur inconnue est déterminée par lecture directe de la déviation de l'appareil de mesure.

- Exemples :**
- pour mesurer une puissance, on utilise un wattmètre,
 - pour mesurer une résistance on utilise un ohm-mètre.

i. Incertitude absolue instrumentale pour un appareil à déviation:

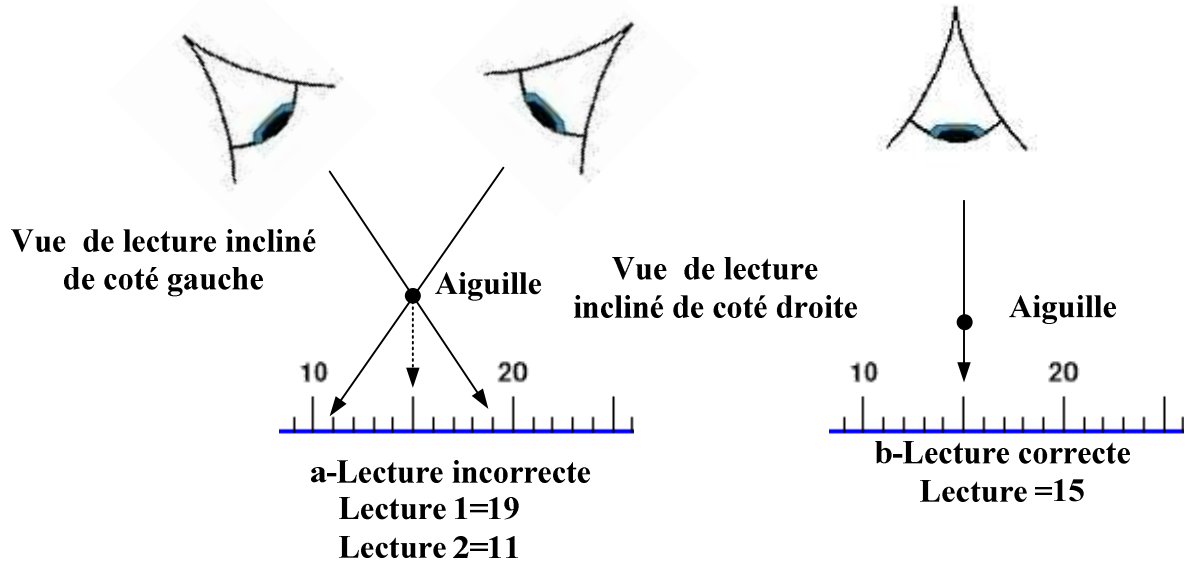
L'incertitude instrumentale est l'incertitude due à l'appareil de mesure. Elle est fonction de la précision de l'appareil.

Cette incertitude instrumentale est donnée par l'expression suivante :

$$\Delta X_{inst} = \frac{\text{classe} \cdot \text{calibre}}{100}$$

ii. Incertitude absolue de lecture

L'incertitude de lecture est due soit à une mauvaise vue, soit de mauvaises conditions de la lecture. Par exemple, si l'expérimentateur effectue toujours ses lectures la tête penchée sur la côté gauche ou droite il lira toujours une valeur supérieure ou inférieure à celle qui est indiquée. Pour éviter ce genre d'erreurs, dites de parallaxe, certains appareils de mesure électriques comportent un miroir sous l'aiguille A. Pour effectuer une bonne lecture, nous devons nous placer de telle façon que l'aiguille A masque totalement son image A'. Cette incertitude n'existe pas pour les appareils numériques.



Généralement l'erreur de lecture est estimable à $\frac{1}{4}$ de division :

L'incertitude absolue de lecture : $\Delta X_{lect} = \frac{1 \text{ calibre}}{4 \text{ échelle}}$

iii. Incertitude absolue totale

C'est la somme des incertitudes précédentes :

$$\Delta X_{tot} = \Delta X_{inst} + \Delta X_{lect} = \frac{\text{classe} \cdot \text{calibre}}{100} + \frac{1 \text{ calibre}}{4 \text{ échelle}}$$

Exemple : on mesure la tension directement avec un voltmètre.

Soit un voltmètre analogique à les caractéristiques suivantes : $Cl=1.5$ et $N=100$ pour :

- 1) $Cal=30V$ et lecture : $n = 80$
- 2) $Cal=300V$ et lecture : $n = 8$

Calculer pour chaque calibre :

- a) La tension U ;
 - b) L'incertitude instrumentale $\frac{\Delta U_{inst}}{U}$;
 - c) L'incertitude de lecture $\frac{\Delta U_{lect}}{U}$;
 - d) Déduire l'incertitude absolue pour chaque calibre
- 3) Choisir le calibre adéquat.

Solution :

- 1) Sur le calibre : $30V$ on a $n=80$

$$a) U = \frac{Cal \times n}{N} = \frac{30 \times 80}{100} = 24V$$

$$b) \frac{\Delta U_{inst}}{U} = \frac{Cl \times N}{100n} = \frac{1.5 \times 100}{100 \times 80} = 0.01875 = 1.875\%$$

$$c) \frac{\Delta U_{lect}}{U} = \frac{1}{4n} = \frac{1}{4 \times 80} = 0.003125 \approx 0.3\%$$

$$d) \frac{\Delta U}{U} = \frac{\Delta U_{inst}}{U} + \frac{\Delta U_{lec}}{U} = 0.01875 + 0.003125 = 0.021875 \approx 2.19\%$$

$$e) \Delta U = \left(\frac{\Delta U}{U} \right) U = 0,021875 \times 24 = 0,525 V$$

- 2) Sur le calibre $300V$ on a $n=8$:

$$a) U = \frac{Cal \times n}{N} = \frac{300 \times 8}{100} = 24V$$

$$b) \frac{\Delta U_{\text{inst}}}{U} = \frac{CI \times N}{100n} = \frac{1.5 \times 300}{100 \times 8} = 0.5625 = 56,252\%$$

$$c) \frac{\Delta U_{\text{lect}}}{U} = \frac{1}{4n} = \frac{1}{4 \times 8} = 0.03125 = 3.125\%$$

$$d) \frac{\Delta U}{U} = \frac{\Delta U_{\text{inst}}}{U} + \frac{\Delta U_{\text{lect}}}{U} = 0.5625 + 0.03125 = 0.59375 \approx 59,375\%$$

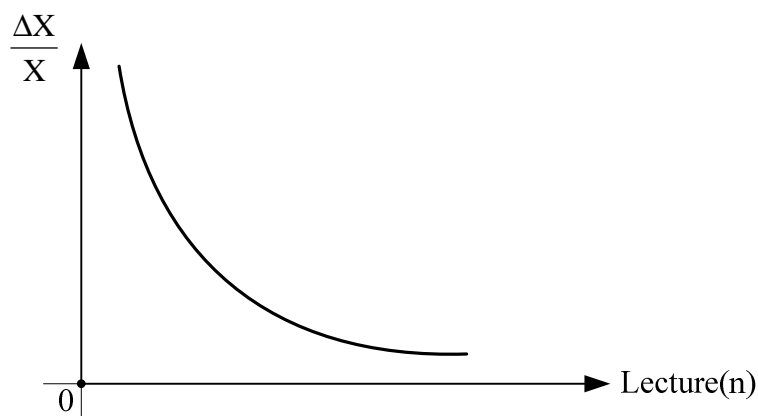
$$e) \Delta U = \left(\frac{\Delta U}{U} \right) U = 0,59375 \times 24 = 14,25 \text{ V}$$

3) Donc pour la mesure de tension, on doit choisir le calibre 30V dont les incertitudes absolue et relative sont inférieures à celles du calibre 300V.

Remarque :

L'expression de l'incertitude relative, calculée à partir de la lecture et du nombre total de déviation, montre que la courbe : $\frac{\Delta X}{X} = f(n)$, n représentant le nombre de division correspondant à la lecture en divisions, est une hyperbole équilatérale identique pour tous les calibres (figure ci-dessous, il en résulte que :

- ✓ Dans la première moitié de la graduation l'incertitude relative prend une valeur importante et souvent inadmissible ;
- ✓ Comme conclusion, pour utiliser aux mieux un appareil de mesure et minimiser l'incertitude, il faut le brancher sur le calibre correspondant à la plus grande déviation possible.



b. Les incertitudes de mesure pour les méthodes indirecte :

La mesure est appelée indirecte si la grandeur mesurée X est calculée à partir des résultats des mesures directes de plusieurs grandeurs intermédiaires (a, b, \dots, z).

Cette méthode consiste à utiliser deux ou plusieurs appareils de mesure. La grandeur inconnue est déterminée par une expression mathématique qui fait intervenir les grandeurs mesurées.

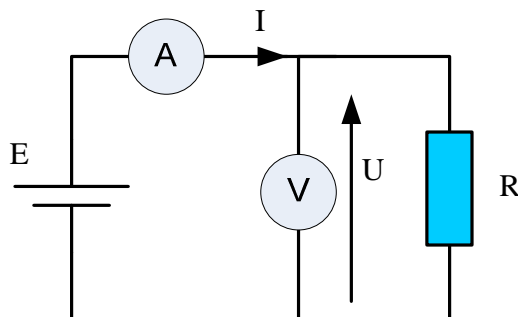
Exemple : pour mesurer une puissance, on mesure la tension U par un voltmètre et le courant I par un ampèremètre puis on calcule $P = U.I$.

Dans le cas où les appareils de mesure sont ampèremètre et voltmètre, la méthode est dite *voltampèremétrique*.

Soit une fonction multivariable $X = f(a, b, \dots, z)$

$$\Delta f = \left| \frac{\partial f}{\partial a} \right| \Delta a + \left| \frac{\partial f}{\partial b} \right| \Delta b + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial z} \right| \Delta z$$

Exemple : considérons le montage suivant :



1) On effectue les mesures suivantes $I = [17 \pm 0,1]mA$ et $U = [7 \pm 0,5]V$

2) Calculer la valeur de R ;

a) Calculer l'incertitude absolue de R ;

b) Calculer l'incertitude relative de R ;

Réponse :

$$a- R = \frac{U}{I} = 411,76\Omega$$

$$b- \Delta R = \left| \frac{\delta R}{\delta U} \right| \Delta U + \left| \frac{\delta R}{\delta I} \right| \Delta I$$

$$\cdot \frac{\delta R}{\delta U} = \frac{1}{I} = 58,82$$

$$\cdot \frac{\delta R}{\delta I} = -\frac{U}{I^2} = -24221,45$$

$$\cdot \Delta R = \left| \frac{\delta R}{\delta U} \right| \Delta U + \left| \frac{\delta R}{\delta I} \right| \Delta I = 31,83\Omega$$

$$c- \frac{\Delta R}{R} = 0,077 = 7,7\%$$

Règles particulières

- Somme : $f(x, y) = x + y \Rightarrow \Delta f = \Delta x + \Delta y \Rightarrow \frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta x + \Delta y}{x + y}$
- Différence : $f(x, y) = x - y \Rightarrow \Delta f = \Delta x + \Delta y \Rightarrow \frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta x + \Delta y}{x - y}$
- Produit : $f(x, y) = x \cdot y \Rightarrow \Delta f = y \cdot \Delta x + x \cdot \Delta y \Rightarrow \frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}$
- Quotient : $f(x, y) = \frac{x}{y} \Rightarrow \Delta f = \frac{1}{y} \Delta x + \frac{x}{y^2} \Delta y \Rightarrow \frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}$

5. Précision des appareils numériques :

Pour les appareils numériques, les constructeurs fournissent une indication qui nous permet de calculer l'incertitude totale sur la mesure. Cette incertitude est très souvent donnée de la manière suivante : $\Delta X = \pm a \% * \text{valeur mesurée} \pm b * \text{résolution}$

- ✓ a% : Donnée par le constructeur.
- ✓ b% : Donnée par le constructeur.
- ✓ Résolution de l'appareil.

Exemple : Un appareil de mesure de gamme 2V et de résolution 1mV ; On a :

$\Delta U = \pm 0,1\%L \pm 2d$, (Avec : L : lecture ; d : digit ou unité). Calculer l'incertitude absolue pour une lecture $L=1V$

$$\Delta U = 0,001 * 1V + 2 * 1mV = 3mV ; L'erreur absolue est donc de $\pm 3 mV$.$$

Remarque : Pour les appareils à affichage numérique, il n'est pas tenu de calculer l'incertitude sur la lecture due à l'opérateur, cette incertitude est déjà prise en considération dans la précision de l'appareil.

6. Présentation d'un résultat de mesure et chiffres significatifs

Pour avoir un nombre correct de chiffres significatifs, il faut arrondir certains résultats et on garde le nombre de chiffres significatifs désiré :

- ✓ Si le chiffre délaissé $\varepsilon \in \{5,6,7,8,9\}$ on ajoute une unité au dernier chiffre signification.
- ✓ Si le chiffre délaissé $\varepsilon \in \{0,1,2,3,4\}$ on garde le dernier chiffre sans changement.

Exemple :

- 627.398 V : 6 chiffres significatifs ;
- 627.99 V : 5 chiffres significatifs ;
- 628V : 3 chiffres significatifs

7. Présentation des résultats de mesure

On peut écrire un résultat de mesure de deux manières différentes en utilisant l'incertitude absolue ou l'incertitude relative, tout en respectant le nombre de chiffres significatifs.

$$X = \{X_{mes} \pm \Delta X_{tot}\} [unité] \quad \text{ou} \quad X = X_{mes} [unité] \pm \frac{\Delta X_{tot}}{X} (\%)$$

En général, un résultat de mesure donné avec **3 chiffres significatifs** suffit pour les mesures ordinaires en électricité.

Il est conseiller d'effectuer les calculs intermédiaires avec un nombre de chiffres significatifs plus élevé pour éviter les arrondis de calcul, par contre il faut arrondir le résultat final au même nombre de chiffres significatifs que celui adopté lors de la mesure initiale.

Un résultat de mesure ne peut pas être plus précis que la moins précise des mesures qui à permis son calcul.

Une incertitude est donnée avec au plus **deux chiffres significatifs** et n'est jamais écrite avec une précision plus grande que le résultat.

Chapitre 3 : Appareils de mesure en courant continu et en courant alternatif

1. Les appareils de mesure analogiques (à déviation)

Un appareil de mesure comprend généralement un ou plusieurs inducteurs fixes (aimant permanent ou électroaimant) agissant sur un équipage à cadre mobile autour d'un axe fixe. C'est un appareil à déviation ou à aiguille. On distingue plusieurs types.

- *Appareil magnétoélectrique* : 

La déviation de l'aiguille est proportionnelle à la valeur moyenne du courant qui traverse une bobine placée à l'intérieur du champ magnétique créé par un aimant fixe.

- *Appareil ferromagnétique* : 

Action d'un champ créé par un circuit parcouru par un courant sur une ou deux pièces en fer doux. Utilisable en continu et en alternatif.

- *Appareil électrodynamique* : 

Formé d'un circuit fixe créant un champ magnétique à l'intérieur duquel se déplace un cadre mobile entraînant une aiguille. Utilisable en continu et en alternatif, surtout pour fabriquer les wattmètres.

- *Appareil électrostatique* : 

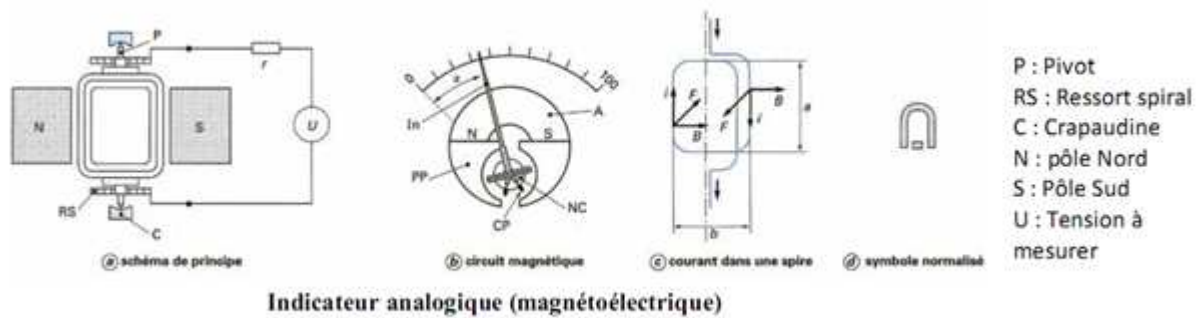
Constitué d'un condensateur avec une armature fixe et l'autre mobile. Utilisé en voltmètre en continu et en alternatif.

- *Appareil thermique* : 

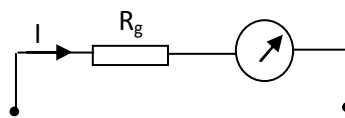
Dilatation d'un fil qui s'échauffe lors du passage d'un courant. Utilisable en continu et en alternatif.

2. Les appareils de mesure analogiques en courant continu : **Appareils magnétoélectriques**

Les appareils magnétoélectriques ne sont utilisables qu'en courant continu, la déviation du cadre est proportionnelle à la valeur moyenne du courant qui le traverse. L'échelle de la graduation est linéaire. Ce sont des appareils polarisés.



On peut modéliser un équipage à cadre mobile (ECM) suivant le schéma simplifié suivant :



Avec : R_g est la résistance totale des N spires de la bobine.

I est le courant qui traverse le cadre.

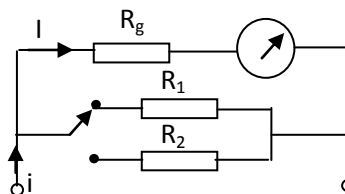
La déviation à pleine échelle est obtenue pour $I = I_g$

Les appareils magnétoélectriques sont généralement utilisés en ampèremètres, en voltmètres et en ohmmètres.

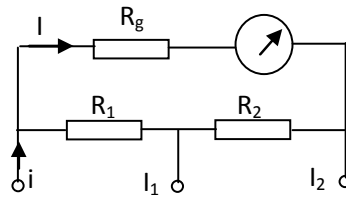
a. Utilisation en ampèremètre

L'équipage à cadre mobile est un ampèremètre qui mesure des courants inférieurs à I_g . Pour obtenir un ampèremètre qui mesure des courants supérieurs à I_g , on lui adjoint des résistances additionnelles en parallèle avec l'équipage mobile, appelées *shunts* et qui doivent être précises et assez faibles. Deux montages sont possibles

✓ Ampèremètre multigamme à deux calibres :



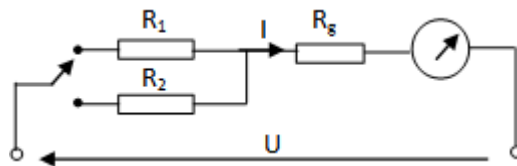
✓ Ampèremètre universel à deux calibres :



b. Utilisation en voltmètre

Le cadre mobile seul est un voltmètre qui mesure des tensions inférieures à $R_g \cdot I_g$. Pour obtenir un voltmètre qui mesure des tensions supérieures à $R_g \cdot I_g$, on doit ajouter des résistances additionnelles en série qui doivent être assez grandes. Deux montages sont possibles également.

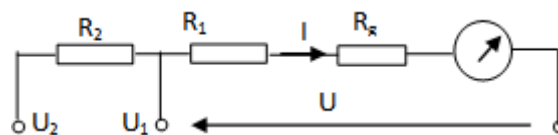
- ✓ Voltmètre multigamme à deux calibres :



Calibre U_1 : R_1 connectée

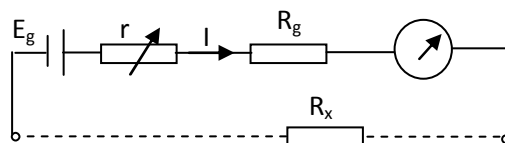
Calibre U_2 : R_2 connectée

- ✓ Voltmètre universel à deux calibres :



c. Utilisation en ohmmètre

Un ohm-mètre mesure la résistance d'un circuit ou d'un composant. Le schéma simplifié d'un ohmmètre comprend, en plus du cadre mobile, une pile qui alimente le montage. R_x : résistance à mesurer :

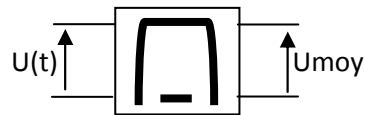


Tel que : $R_x = \frac{E_g}{I} - (r + R_g)$ avec $E_g = (r + R_g)I_g$

3. Les appareils de mesure en courant alternatif

a. Appareil magnétoélectrique avec redresseur

La déviation d'un équipage à cadre mobile magnétoélectrique est proportionnelle à la valeur moyenne du signal. Nous pouvons représenter cet appareil par le synoptique suivant :



Pour la mesure des signaux alternatifs, l'appareil comporte un redresseur à diode (simple ou double alternance). La déviation est alors proportionnelle à la valeur moyenne du signal redressé.

Comme en courant alternatif, on a besoin souvent de la valeur efficace du signal mesuré, les fabricants de ce type d'appareils, utilisent un facteur correctif dans les graduations de l'échelle de l'appareil pour avoir une correspondance entre la valeur mesurée par le dispositif et la valeur que doit lire l'utilisateur.

- ✓ Dans le cas du redresseur simple alternance, le facteur correctif est :

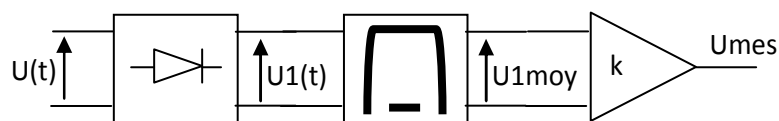
$$k = \frac{U_m / \sqrt{2}}{U_m / \pi} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} = 2.22$$

- ✓ Dans le cas du redresseur double alternance, le facteur correctif est :

$$k = \frac{U_m / \sqrt{2}}{2U_m / \pi} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1.1$$

Le facteur k est calculé dans le cas d'un signal sinusoïdal

L'appareil magnétoélectrique avec redresseur peut se représenter par le schéma synoptique suivant :



b. Appareil ferromagnétique

Un galvanomètre ferromagnétique utilise 2 palettes de fer doux à l'intérieur d'une bobine. Une des palettes est fixe, l'autre solidaire de l'aiguille est montée sur pivot. Quand le courant passe dans la bobine, les 2 palettes s'aimantent et se repoussent quelque soit le sens du courant. Un ressort est chargé de rappeler la palette dans sa position du zéro. De par le principe de fonctionnement de ce type d'appareils, la déviation de leurs aiguilles est

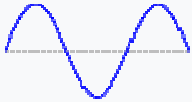
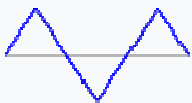
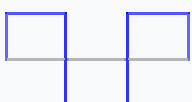
proportionnelle à la vraie valeur efficace de la grandeur mesurée. Ce type d'appareils est classé en appareils **TRMS** quelque soit la forme du signal mesuré.

La déviation de l'aiguille est proportionnelle à la vraie valeur efficace du signal mesuré, donc l'échelle de ce type d'appareils est non linéaire.

c. Paramètres caractéristiques d'un signal alternatif

Un signal alternatif est caractérisé par sa forme (sinus, carré, dent de scie,...), sa période (fréquence ou pulsation) et son amplitude et aussi par sa valeur moyenne et sa valeur efficace.

- ✓ La valeur moyenne d'un signal périodique $s(t)$ est : $S_{moy} = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) dt$
- ✓ La valeur efficace d'un signal périodique $s(t)$ est : $S_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T s^2(t) dt}$

Signal alternatif	Forme d'onde	Valeur efficace du signal
sinusoïdal		$S_{eff} = \frac{S_{max}}{\sqrt{2}}$
triangulaire		$S_{eff} = \frac{S_{max}}{\sqrt{3}}$
carré symétrique		$S_{eff} = S_{max}$

Formules pour les signaux alternatifs usuels

c.1. Valeur efficace

La valeur efficace, dite aussi valeur **RMS** (de l'anglais Root Mean Square)

- ✓ **Mesure des valeurs efficaces sinusoïdales**

Pour mesurer les valeurs efficaces **sinusoïdales**, nous utiliserons

- Soit un appareil numérique sur la position AC (Alternative Current)
- Soit un appareil analogique de type magnétoélectrique avec redresseur incorporé sur la position AC

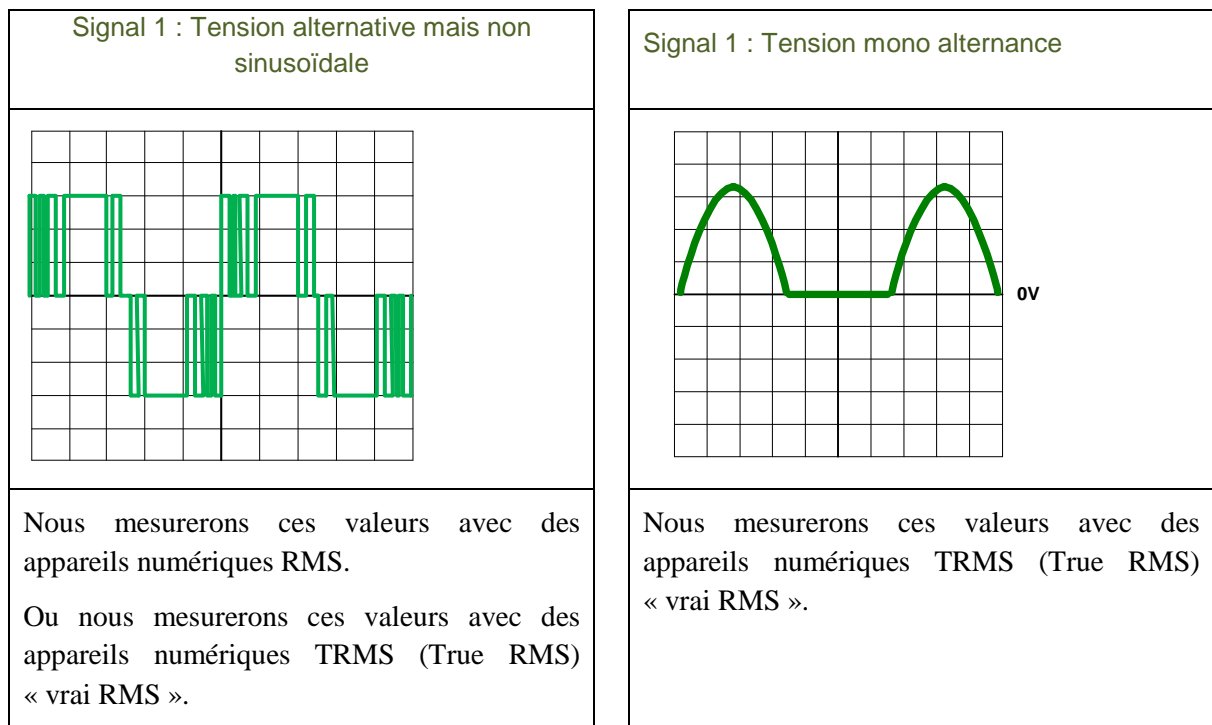
✓ **Mesure des valeurs efficaces de signaux quelconques (non sinusoïdaux)**

Lorsque le signal n'est ni continu, ni alternatif, les appareils ordinaires ne conviennent plus, nous utiliserons des appareils de type TRMS dès que les signaux seront quelconques (non sinusoïdaux)

Remarque : la valeur efficace peut s'obtenir de deux manières :

- Par un appareil qui donne la **valeur efficace** pour le **signal sinusoïdal**
- Par un appareil à vraie valeur efficace (TRMS : True Root Mean Square) pour le **signal** non sinusoïdal quelconque

Exemple :

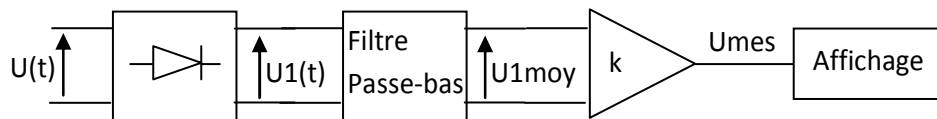


c.2. Valeur moyenne ou continue :

Pour mesurer les grandeurs moyennes ou continues, nous utiliserons

- ✓ soit un appareil numérique sur la position DC (Direct Current) ou +/-
- ✓ soit un appareil analogique de type magnétoélectrique sur la position DC.

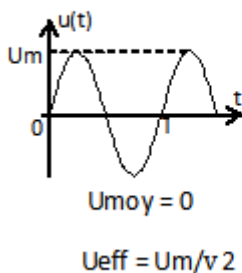
Le signal est redressé puis filtré pour obtenir la valeur moyenne du signal redressé. Le signal obtenu est ensuite multiplié par un coefficient constant ($k = 1.11$ ou $k = 2.22$) puis dirigé vers le bloc d'affichage.



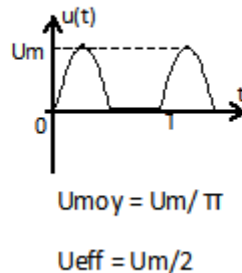
Remarque : La valeur efficace est toujours supérieure ou égale à la valeur absolue de la valeur moyenne

Exemples :

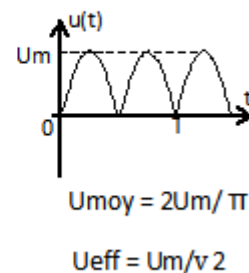
Signal sinusoïdal :



Signal sinusoïdal redressé
Simple alternance :



Signal sinusoïdal redressé
double alternance :



4. Modes de mesure de tension en courant alternatif

Pour les voltmètres numériques de type TRMS, on distingue deux modes de couplage :

- ✓ **mode DC** : Le voltmètre indique la valeur efficace du signal mesuré.
- ✓ **mode AC** : Le voltmètre indique la valeur efficace de la composante alternative du signal à mesurer : il élimine en premier lieu la composante continue du signal, puis affiche la valeur efficace de la composante alternative.

5. Modes de mesure d'intensité en courant alternatif

Pour les ampèremètres numériques de type TRMS, on distingue deux modes de couplage :

- ✓ **mode DC** : l'ampèremètre indique la valeur efficace du signal mesuré.
- ✓ **mode AC** : L'ampèremètre indique la valeur efficace de la composante alternative du signal à mesurer : il élimine en premier lieu la composante continue du signal, puis affiche la valeur efficace de la composante alternative.

Remarque :

Pour mesurer une valeur moyenne, on emploie

- ✓ des appareils magnétoélectriques en position continue.

- ✓ Un appareil numérique en position continue.

Pour mesurer une valeur efficace :

- ✓ En régime sinusoïdal tous les appareils magnétoélectriques (avec redresseur) et numériques mesurent la valeur efficace
- ✓ Si le courant ou la tension sont quelconques (non sinusoïdaux) **les appareils numériques dit TRMS** mesurent la valeur efficace

6. Résistances internes du voltmètre et ampèremètre

a) Résistance spécifique et Résistance interne du voltmètre

Une des caractéristiques essentielles d'un voltmètre est sa résistance spécifique (notée **R_s** exprimée en **Ω/V**), elle est presque toujours indiquée sur la face avant de l'appareil.

La résistance spécifique nous permet de connaître la résistance présentée par le voltmètre (à la résistance interne) sur les différents calibres.

Pour déterminer la résistance interne du voltmètre, il suffit de multiplier la résistance spécifique par le calibre utilisé : $R_{interne} = \text{calibre} * R_s$

Exemple :

Un voltmètre de résistance spécifique de 4000 Ω/V utilisé sur le calibre 6 V présentera une résistance interne de 24 K Ω .

b) Résistance interne de l'ampèremètre

Idéalement, l'introduction d'un ampèremètre dans un circuit ne devrait pas perturber ce dernier, l'ampèremètre devrait présenter une résistance interne nulle.

En pratique, l'ampèremètre possède une résistance interne R_A , il faut s'assurer que R_A est faible devant la résistance des éléments avec lesquelles il est placé en série. Pour réaliser une mesure convenable la résistance des éléments en série avec l'ampèremètre devrait être 20 fois plus grande que R_A , et idéalement 100 fois plus grande.

7. Qualités essentielles des appareils de mesure analogiques:

- ✓ **Indice de classe** : L'utilisateur d'un appareil de mesure doit pouvoir lire une valeur, la plus rapprochée possible de la valeur exacte de la grandeur à mesurer (on ne l'obtient jamais en pratique)
 - **Appareils étalons** : classe 0,5 ; 0,2 et 0,1 (utilisé en laboratoire).
 - **Appareils de contrôle** : classe 0,5 et 1 (utilisés pour contrôle et vérification).
 - **Appareils industriels** : classe 1,5 et 2.5.
 - **Appareils indicateurs** : classe 5 (utilisés sur les tableaux).

- ✓ **Justesse** : Qualité d'un appareil à traduire la vraie valeur de la grandeur qu'il mesure.

Chapitre 4 : Les appareils de mesure Numériques

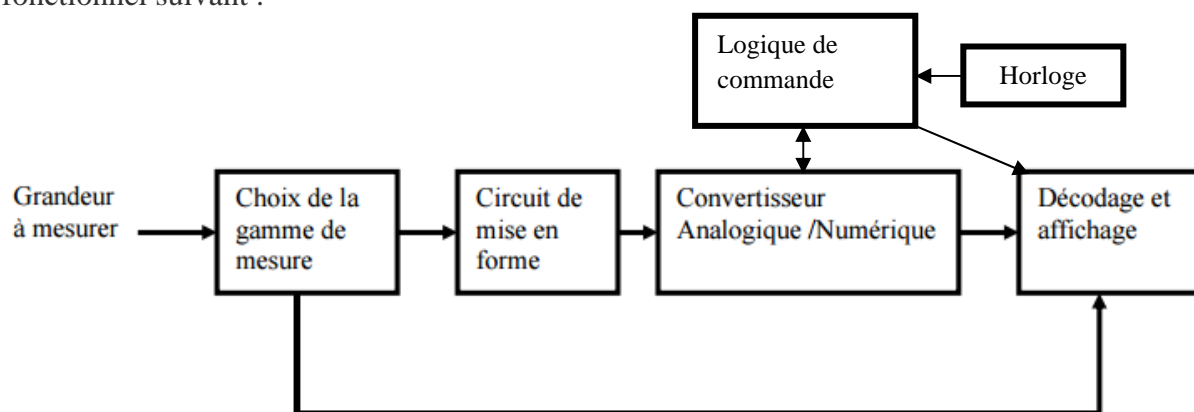
1. Introduction

Les appareils de mesure numériques sont basés sur un principe tout à fait différent de celui des appareils analogiques. Les appareils numériques ne contiennent pas de pièces mécaniques en mouvement, mais seulement des composants électroniques. Leur constitution est purement électronique depuis l'amplificateur à haute impédance d'entrée jusqu'à l'affichage de la mesure par les diodes électroluminescentes ou par les cristaux liquides.

Ces appareils sont généralement dotés d'un commutateur qui permet de changer les calibres et de fonctions.

2. Constitution

Le schéma synoptique général d'un appareil de mesure numérique est donné par le schéma fonctionnel suivant :



Le circuit d'entrée reçoit le signal et à pour fonction :

- La commutation de fonctions et de gammes, indication de la position du point décimal au circuit d'affichage ;
- Division de tension ou amplification ;
- Conversion des tensions et de courants alternatifs en valeur efficace ;
- Génération de courant ou de tensions permettant la mesure des résistances ;

La protection de l'appareil contre les mauvaises utilisations. Ce circuit transforme le signal reçu en une tension mesurable par le convertisseur analogique/numérique (CAN). Ce dernier compare la tension analogique à une tension de référence et fournit sa valeur numérique sous forme d'un nombre d'impulsions, à un compteur qui affichera le résultat. Le convertisseur

fournit également la polarité du signal mesuré au circuit d'affichage. L'ensemble est piloté par un circuit de commande, une horloge assurant le déroulement successif des opérations de conversion et de comptage. Ainsi à partir de circuit intégré on effectue la conversion de la valeur analogique mesurée en une valeur numérique destinée à être affichée. Un appareil

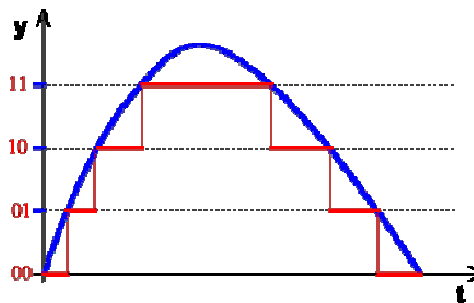
Prenons une grandeur analogique qui peut prendre une infinité de valeurs entre 0 et 20:

La conversion en numérique sur 1 bit donnera la valeur 0 si la grandeur est inférieure à 10 et 1 si elle est supérieure à 10.

Le bit est l'unité d'information: il ne peut prendre que deux valeurs 0 et 1

grandeur analogique	décimal	2ème bit (fort)	1er bit (faible)
de 0 à 5	0	0	0
de 5 à 10	1	0	1
de 10 à 15	2	1	0
de 15 à 20	3	1	1

numérique ne peut afficher qu'un nombre limité de valeurs (exemple: 2000 points pour les multimètres ordinaires). Exemple de numérisation sur 2 bits (4 valeurs)



On améliore la résolution de l'appareil en augmentant le nombre de bits servant au codage (échantillonnage)

Nombre de bits	8	10	16	20	24
Nombre de valeurs	256	1024	65536	1048576	16777216

Exemple:

Numérisation sur 10 bits d'une tension pouvant varier de 0 à 20 V. La valeur numérique trouvée est 256 (en décimal, soit 0010000000 en binaire).

La valeur correspondant à 1024 est 20 V.

La valeur correspondant à 256 est donc $(256 \times 20V) / 1024 = 5 V$. L'appareil affichera 5 V

2. Vocabulaire propre aux appareils de mesure numériques :

Les appareils de mesure numériques sont de plus en plus utilisés du fait de leur fiabilité, leur précision, leur robustesse et leur facilité de lecture. Ils sont aussi de moins en moins chers et deviennent même compétitifs avec les appareils analogiques de bas de gamme. Les principales définitions utilisées par les constructeurs des appareils numériques sont :

Information : Ce terme désigne la donnée physique à l'entrée de l'appareil

- **Information** : Ce terme désigne la donnée physique à l'entrée de l'appareil
- **Signal** : C'est la grandeur électrique (courant ou tension) image de l'information.
- **Capteur** : C'est le dispositif qui saisit l'information et la transforme en un signal exploitable par l'appareil de mesure. (exemple : le microphone est un capteur qui transforme le son en un signal électrique)
- **Nombre de points** : (N) Il correspond au nombre de valeurs différentes que peut afficher l'appareil dans une gamme de mesure (exemple : pour un appareil à 4 afficheurs, le nombre de points de mesure est $N = 10^4$).
- Pas de quantification : (q) la plus petite valeur différente de 0 dans la gamme de mesure (exemple : pour un appareil de mesure à 4 afficheurs, utilisé dans la gamme de 10 V, le pas de quantification est
$$q = 10/N = 1 \text{ mV}.$$
- **Digit** : Désigne le dispositif qui affiche tous les chiffres de 0 à 9 de même poids dans un nombre.
- **Résolution** : C'est la valeur du pas de quantification dans la gamme. Elle correspond à la plus petite variation de la valeur de la grandeur que l'appareil peut détecter dans une gamme. Résolution = gamme de mesure / nombre de points N. (Exemple : la résolution d'un appareil de 100000 points dans la gamme de 1 V est égale à $10\mu V$).
- **Précision** : La précision d'un appareil dépend de la résolution de l'appareil, de la qualité des composants, la précision des références de tension et de temps etc... La précision d'un appareil numérique est généralement donnée en pourcentage de la

lecture pour chaque gamme. Cette précision peut être très grande pour certains appareils. Les appareils portatifs courants ont des précisions variant de 0.1% à 1% de la lecture suivant la gamme et la grandeur mesurée, et dans la plus part des cas à une ou deux unités (ou digits) près. (Exemple : gamme 2 V ; Résolution 1 mV ; précision $\pm 0.1\% + 2 \text{ dgt}$; lecture 1V. La précision de cette mesure sera $0.1\% * 1V + 2 * 1\text{mV} = 3 \text{ mV}$).

3. Exemples d'appareils de mesure numériques : Le multimètre numérique

3.1 Présentation

Le multimètre numérique est construit autour d'un voltmètre numérique et comporte à minima un convertisseur courant-tension permettant de le faire fonctionner en ampèremètre et un générateur de courant constant pour fonctionner en ohmmètre.

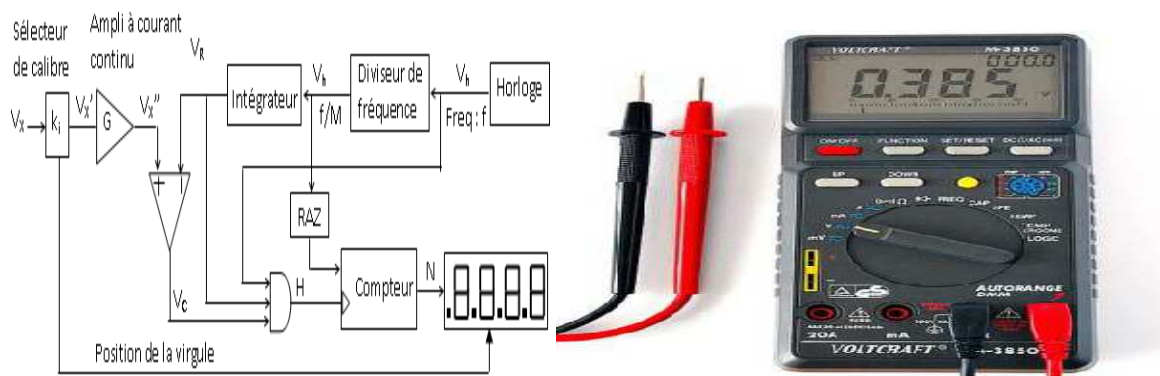


Figure 5: multimètre numérique

Le choix du type de mesure (de l'instrument), du calibre ou échelle de mesure se fait généralement à l'aide d'un commutateur rotatif, des boutons poussoirs peuvent commander des fonctions supplémentaires. Les multimètres les plus récents, souvent les plus simples d'emploi, choisissent automatiquement le bon mode et le bon calibre. D'autres fonctions de mesure peuvent être disponibles selon le degré de sophistication du multimètre :

- test de continuité avec ou sans biper ;
- amplification pour mesurer les très basses tensions et les résistances élevées ;
- mesure de la capacité d'un condensateur ou d'un circuit capacitif ;
- mesure de l'inductance d'une bobine ou d'un circuit inductif (self) ;
- mesure de température, avec l'aide d'une sonde extérieure ;
- tests de semi-conducteur discret : diodes, gain des transistors
- mesure de fréquence de signaux électriques ;
- mesure des pics (haut et bas) de tension (peak hold).

3.2 Caractéristiques :

Les multimètres sont caractérisés par :

- **Nombre de points** : C'est la première caractéristique d'un multimètre ; *f* Exemple : Affichage de 0000 à 9999 : 10000 valeurs possibles donc 10000 points de mesure.
- **Résolution** : C'est la valeur du pas de quantification dans la gamme. Elle correspond à la petite variation de la valeur de la grandeur que l'appareil peut détecter dans une gamme. *f* Exemple : Appareil à 100000 points de mesure, dans la gamme 1V, la résolution est égale à $10\mu V$.
- **Fidélité** : Elle est liée à la stabilité des caractéristiques des composants électroniques utilisés et la stabilité des références de tension et de temps. *f* Exemple : Oscillateur ou horloge à quartz à 5MHz. à Stabilité : $5 \cdot 10^{-7}$ par mois. La variation de fréquence en un mois : $5 \cdot 10^{-6} \times 5 \cdot 10^{-7} = 2.5 \text{Hz}$.

4. Symboles des instruments numériques

Les principaux symboles des instruments numériques sont identiques à ceux des instruments analogiques. Ils possèdent généralement une sélection automatique de la gamme de mesure, avec parfois la possibilité de passer en manuel pour des mesures particulières.

Contrairement aux instruments analogiques, la classe de précision ainsi que les symboles ne figurent pas sur l'instrument. Le triangle avec le point d'exclamation indique que les caractéristiques se trouvent dans la documentation jointe avec l'instrument.



Symboles					
	Important, sécurité. Le manuel contient des explications.		ca ou cc		"Bip" de continuité
	Tension dangereuse possible		Masse		Diode
	ca Courant alternatif		Fusible		Condensateur
	cc Courant continu		Isolant double (Protection classe II)		Gamme manuelle
			Pile		Touch Hold automatique

5. Avantages et inconvénients des appareils numériques

Le principal avantage des instruments de mesure numériques est d'éliminer les erreurs de lecture dues à l'imprécision de la lecture.

5.1 Avantages

Les principaux avantages des appareils à affichage numérique sont:

- ✓ La facilité d'utilisation
- ✓ La grande précision

- ✓ La résistance d'entrée supérieure à $1M/v$
- ✓ Leur facilité de lecture

5.2 Inconvénients

Les inconvénients sont:

- ✓ Le prix qui reste assez élevé
- ✓ Leur fragilité (n'accepte pas les chocs électriques et mécaniques)
- ✓ Les difficultés à repérer le maximum ou le minimum d'un signal.

Chapitre 5 : mesures des résistances et des impédances

I. Mesure des résistances

La mesure des résistances se fait en courant continu le plus souvent. Les méthodes et les appareils utilisés dépendent de la nature de la résistance mesurée et de son ordre de grandeur. On distingue :

- Les faibles résistances : généralement inférieures à 1Ω ,
- Les résistances de moyennes valeurs : de 1Ω à $1M\Omega$,
- Les grandes résistances : généralement supérieures à $1M\Omega$.

1. Méthode voltampère-métrique

Cette méthode utilise la loi d'Ohm ($U = R \cdot I$). On cherche la résistance R à partir de la tension U aux bornes de la résistance et de l'intensité I du courant dans le circuit.

Selon la résistance on choisit le montage « aval » ou « amont ». Il s'agit d'un montage en série du générateur, de l'ampèremètre et de la résistance ; selon l'emplacement du voltmètre **avant ou après** l'ampèremètre, deux montages sont utilisés les montages aval et amont.

1. 1. Montage aval

Pour le montage aval, l'ampèremètre est placé avant le voltmètre.

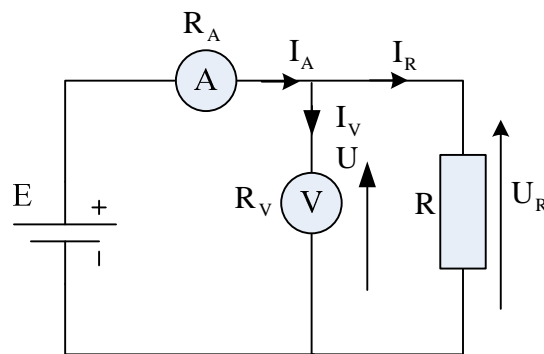


Fig.: Méthode voltampère-métrique : montage aval

R_A et R_V : Résistances internes respectives de l'ampèremètre et du voltmètre sur les calibres respectifs, des appareils choisis.

$$R = \frac{U_R}{I_R} \Rightarrow \frac{\Delta R_{R\text{-aval}}}{R} = \frac{\Delta U_{R\text{-aval}}}{U_R} + \frac{\Delta I_{R\text{-aval}}}{I_R}$$

$$U_v = U_R \Rightarrow (\Delta U_{R\text{-aval}} = 0),$$

$$I_R = I_A - I_v \Rightarrow \left(\Delta I_{R\text{-aval}} = I_v = \frac{U}{R_v} : \text{erreur sur le courant} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta R_{\text{aval}}}{R} = \frac{\Delta I_{R\text{-aval}}}{I_R}$$

$$\Delta I_{R\text{-aval}} = I_v = \frac{U_v}{R_v} \Rightarrow \frac{\Delta I_{R\text{-aval}}}{I_R} = \frac{U_v}{R_v I_R} = \frac{R}{R_v} \Rightarrow \frac{\Delta R_{\text{aval}}}{R} = \frac{R}{R_v} \ll 1 \Rightarrow R \ll R_v$$

Car l'incertitude relative est généralement très faible.

En conclue que le montage aval est utilisé pour mesurer **les faibles résistances**.

1. 2. Montage amont

Pour le montage amont, l'ampèremètre est placé après le voltmètre.

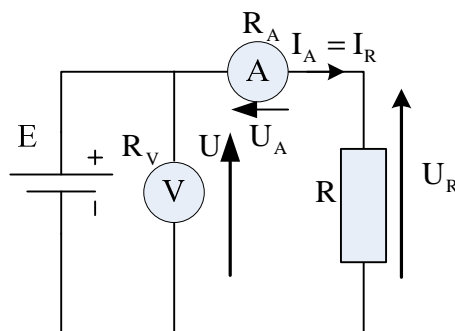


Fig.: Méthode voltampère-métrique : montage amont

$$R = \frac{U_R}{I_R} \Rightarrow \frac{\Delta R_{\text{amont}}}{R} = \frac{\Delta U_{R\text{-amont}}}{U_R} + \frac{\Delta I_{R\text{-amont}}}{I_R}$$

$$I_A = I_R \Rightarrow (\Delta I_{R\text{-amont}} = 0)$$

$$U_R = U_v - R_A I_A \Rightarrow (\Delta U_{R\text{-amont}} = U_A = R_A I_A : \text{erreur sur la tension})$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta R_{\text{amont}}}{R} = \frac{\Delta U_{R\text{-amont}}}{U_R}$$

$$\Delta U_{R\text{-amont}} = U_A = R_A I_A \Rightarrow \frac{\Delta R_{\text{amont}}}{R} = \frac{R_A I_A}{U_R} = \frac{R_A}{R} \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta R_{\text{amont}}}{R} = \frac{R_A}{R} \ll 1 \Rightarrow R_A \ll R \text{ ou } R \gg R_A$$

Car l'incertitude relative doit être toujours très faible.

Comme conclusion le montage amont est utilisé pour mesurer **les résistances élevées**.

1.3. Évolution de l'incertitude relative $\left(\delta_R = \frac{\Delta R}{R}\right)$

La courbe de l'incertitude (erreur) relative $\delta_R = \frac{\Delta R}{R}$ en fonction de R est :

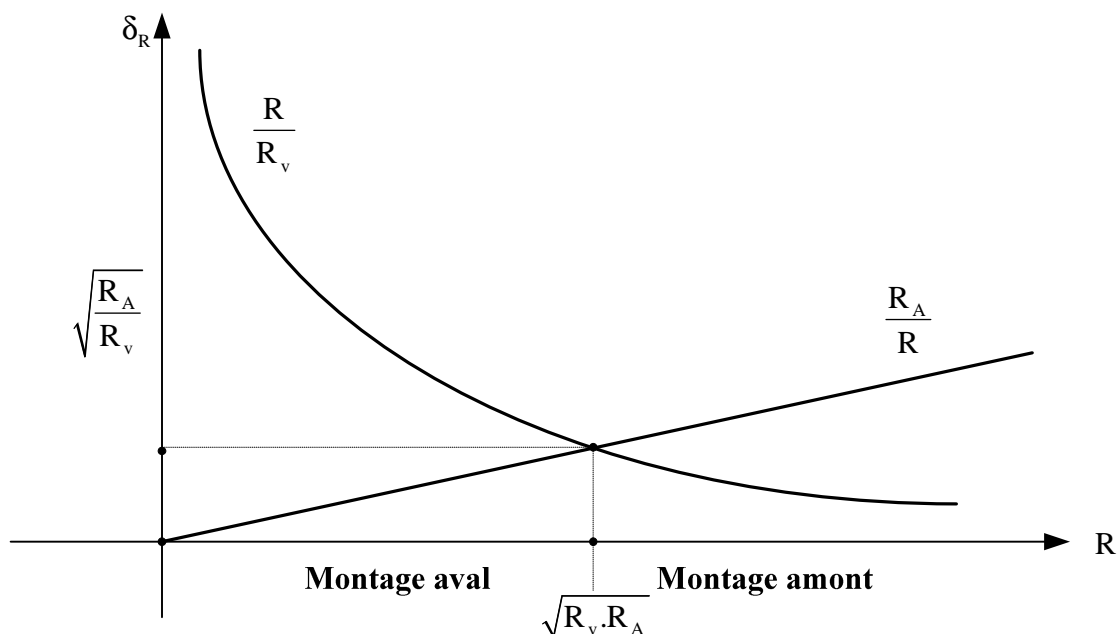


Fig.: évolution des incertitudes (erreurs) relatives en fonction de la valeur de résistance à mesurer

À l'intersection de deux courbes : $\delta_R = \frac{\Delta R}{R} = \frac{R}{R_v} = \frac{R_A}{R} \Rightarrow R^2 = R_A R_v \Rightarrow R = +\sqrt{R_A R_v}$

$$\Rightarrow \delta_R = \frac{\sqrt{R_A R_v}}{R_v} = \sqrt{\frac{R_A}{R_v}}$$

Le choix du montage sera fait selon la règle suivante :

- ✓ Si $R < \sqrt{R_A \cdot R_v}$: (résistances de faibles valeurs) on privilégie le montage aval ;
- ✓ Si $R > \sqrt{R_A \cdot R_v}$: (résistances de grandes valeurs) on privilégie le montage amont ;
- ✓ Si $R = \sqrt{R_A \cdot R_v}$: les deux montages sont équivalents du point de vue précision.

Le choix de l'appareillage doit tenir compte des incertitudes introduites et de la précision recherchée. En électrotechnique (domaine des courants forts) les perturbations introduites par les appareils sont pratiquement négligeables, mais il convient d'être plus prudent en électronique (domaine des courants faibles).

3. Mesure des résistances avec le pont de Wheatstone

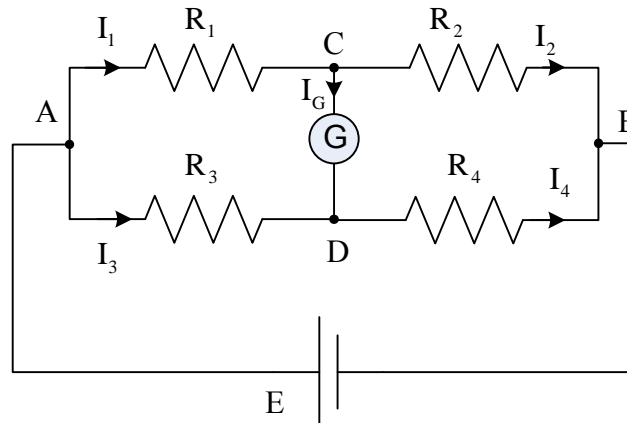


Figure : Schéma de principe du pont de wheatstone

G : Galvanomètre (détecteur de zéro)

L'équilibre se traduit par $I_G = 0 \Rightarrow \begin{cases} I_1 = I_2 \text{ et } I_3 = I_4 \\ U_{AC} = U_{AD} \text{ et } U_{CB} = U_{DB} \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} R_1 I_1 = R_3 I_3 \\ R_2 I_2 = R_4 I_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_1 I_1 = R_3 I_3 \\ R_2 I_1 = R_4 I_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_3 = \frac{R_1}{R_3} I_1 \\ R_2 I_1 = R_4 \frac{R_1}{R_3} I_1 \end{cases} \Rightarrow R_1 R_4 = R_2 R_3$$

Donc l'équilibre du pont est réalisé quand les produits en croix des résistances sont égaux :

$$R_1 R_4 = R_2 R_3.$$

L'équation d'équilibre est symétrique par rapport aux quatre résistances du pont. Ce qui nous permet de placer la résistance R_x dans n'importe quelle branche.

Exemple : soit $R_4 = R_x \Rightarrow R_x = R_2 \frac{R_3}{R_1}$

Mode opératoire du pont de Wheatstone:

- ✓ On choisit la branche constitué par $R_x = R_4$;
- ✓ Le rapport R_2/R_1 est réalisés par deux boîtes de résistances de valeurs (1Ω ; 10Ω , $10^2\Omega$, $10^3\Omega$, $10^4\Omega$, $10^5\Omega$ et $10^6\Omega$) ;

- ✓ Une branche constituée par une boîte de résistance à décade R_3 variable ($\times 0,1\Omega$; $\times 1\Omega$, $\times 10\Omega$ et $\times 100\Omega$) ;
- ✓ Un détecteur de zéro, normalement un galvanomètre magnétoélectrique à aiguille ;
- ✓ Une source de tension continue avec une résistance réglable.

La détection de l'équilibre se fait en deux étapes :

- ✓ Donnez R_3 sa valeur maximale, observer le sens de déviation du galvanomètre. Faire décroître cette résistance par bonds de 100Ω et au besoin de 10Ω jusqu'à avoir une déviation en sens inverse du galvanomètre (encadrer le zéro du galvanomètre), à ce moment revenir d'un bond en arrière.
- ✓ De même, agir sur le bond de 1Ω jusqu'à obtenir l'équilibre de pont.
- ✓ On calcule : $R_x = \frac{R_2 R_3}{R_1}$.

Les erreurs dans une mesure au pont de Wheatstone sont dues à plusieurs causes:

- ✓ Les erreurs de construction des résistances R_1 , R_2 et R_3 .

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} + \frac{\Delta R_4}{R_4}$$

- ✓ Les erreurs dues à une mauvaise appréciation de la nullité du courant dans le galvanomètre.

Le pont de Wheatstone est utilisé pour mesurer les résistances de 1Ω à $10^7\Omega$. La précision de la mesure est de l'ordre de 0,01%

4. Mesure des résistances à l'aide de la méthode de comparaison

Elle consiste à faire traverser par le même courant la résistance à mesurer R_x et une résistance connue R

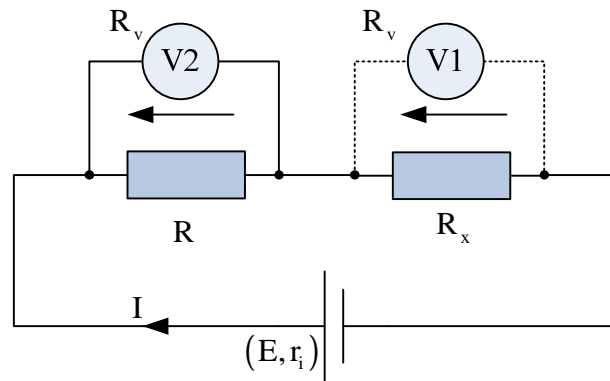


Fig. : Schéma de principe de la méthode de comparaison

$$I = \frac{V_2}{R} = \frac{V_1}{R_x} \Rightarrow R_x = \frac{V_1}{V_2} R$$

Si on tient compte de la résistance interne des voltmètres R_v et de la résistance interne r de la source de tension (c'est le même voltmètre que l'on place successivement sur R puis sur la résistance inconnue R_x).

$$R_x = R \frac{V_1}{V_2} \left(1 - \frac{r_i (R - R_x)}{(R + R_x + r_i) R_v + R R_x} \right)$$

$\frac{\Delta R}{R}$ est faible si r_i est faible, R_v élevée et R voisine de R_x

5. Ohmmètre numérique

Un ohmmètre est une source de courant continu associée à un voltmètre. L'intensité du courant délivré étant connue, l'appareil fait le rapport de la tension mesurée et de l'intensité du courant délivré. Il en déduit alors la résistance du composant.

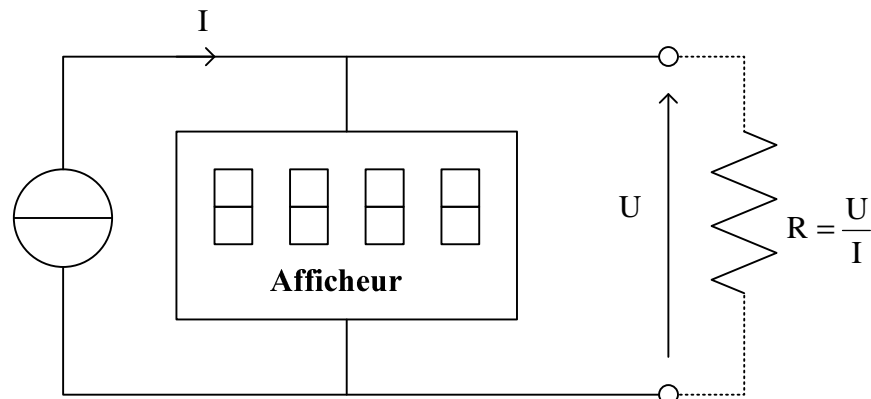


Schéma de principe d'un ohmmètre numérique

Si le courant de mesure I est constant, on voit que la résistance inconnue R est directement proportionnelle à la tension U entre ses bornes. Il suffit alors de convertir l'indication du Voltmètre en ohms (Ω).

Les appareils actuels sont plus élaborés et utilisent des amplificateurs opérationnels, ce qui permet d'envoyer un courant de mesure plus faible et plus stable. Avec un faible courant, les phénomènes thermoélectriques de contact sont négligeables, donc la mesure est plus précise.

6. Comparaison des précisions obtenues

La méthode la plus précise que nous ayons testée est la méthode du pont de Wheatstone avec des incertitudes très faible. Ce n'est pas étonnant car les résistances testées se trouvent dans la large gamme où cette méthode est précise ($1\Omega - 1M\Omega$).

La méthode de l'ohmmètre est très rapide à mettre en œuvre et est plutôt précise (bien que moins précise que le pont de Wheatstone), c'est une méthode directe. La méthode la moins précise est la méthode « Volt-Ampère-métrique » car elle ajoute l'incertitude de l'ampèremètre et du voltmètre, et de plus nous avons fait des simplifications sur les calculs ce qui est source d'erreur.

II. Mesures des impédances

1. Méthode voltampère-métrique

La méthode voltampère-métrique (montage aval et amont) permet de mesurer à la fréquence industrielle l'impédance Z .

1.1 Mesure de l'inductance d'une bobine

L'impédance d'une bobine $Z_L = r + jL\omega$ est généralement faible ($Z_L \ll Z_V$). Le montage aval est alors le plus convenable.

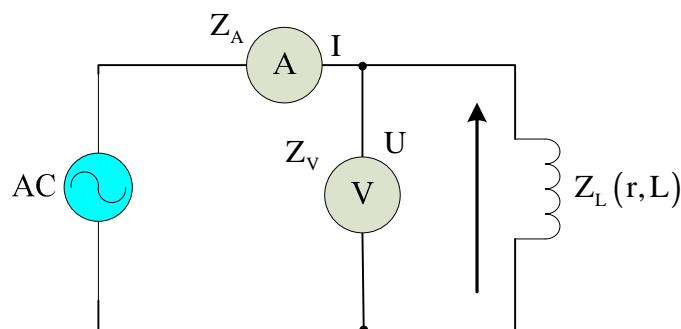


Fig.: Montage aval

Pour mesurer l'inductance d'une bobine réelle, on effectue deux essais pratiques:

- Essai **en courant continu** pour déterminer la résistance interne de la bobine r_i :

$$r_i = \frac{U_{CC}}{I_{CC}}$$

- Essai **en courant alternatif** pour déterminer le module de l'impédance Z_L :

$$Z_L = \frac{U_{CA}}{I_{CA}}$$

Impédance d'une bobine : $\bar{Z}_L = r_i + jL\omega \Rightarrow Z_L = \sqrt{r_i^2 + (L\omega)^2} \Rightarrow Z_L^2 = r_i^2 + (L\omega)^2$

$$(L\omega)^2 = Z_L^2 - r_i^2 \Rightarrow L = \frac{1}{\omega} \sqrt{Z_L^2 - r_i^2}$$

Remarque 1 : on peut mesurer directement l'inductance d'une bobine à l'aide d'un **henry-métre**.

1.2. Mesure d'une capacité

Dans la plupart des cas l'impédance du condensateur est assez élevée ($Z_C \gg Z_V$). Le montage amont est alors le plus convenable.

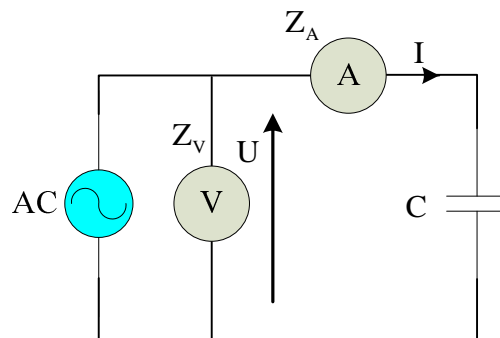


Fig.: Montage amont

L'impédance d'un condensateur est: $\bar{Z}_C = \frac{1}{jC\omega}$

$$|\bar{Z}_C| = Z_C = \frac{1}{C\omega} \Rightarrow Z_C = \frac{U_{CA}}{I_{CA}} = \frac{1}{C\omega} \Rightarrow C = \frac{1}{Z_C\omega}$$

Remarque 2 : on peut mesurer directement une capacité d'un condensateur à l'aide d'un **capacimètre**.

2. Pont à courant alternatif

A la place du générateur continu, on utilise un générateur basse fréquence et on remplace les résistances par des impédances. Les calculs restent valides, à condition de remplacer les résistances par des impédances complexes.

Dans la plus part des cas on utilise les ponts de type Wheatstone à basse fréquence ou à fréquence acoustique (16 à 20KHz).

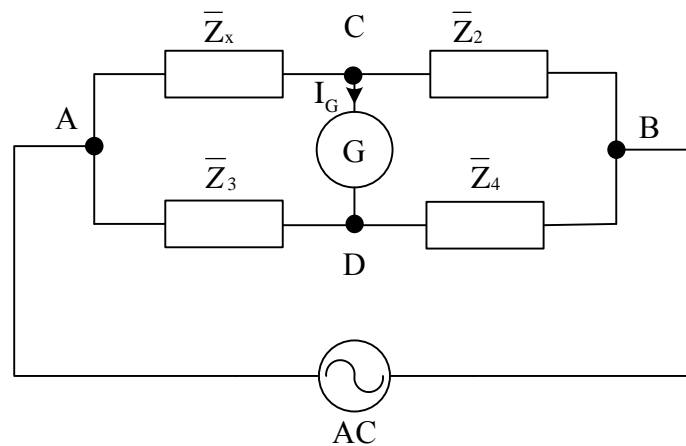


Schéma de principe du pont à courant alternatif

L'équilibre du pont est réalisé quand les produits en croix des impédances sont égaux (égalité entre parties réelles et parties imaginaires).

$$\text{A l'équilibre on a : } \bar{Z}_x = \frac{\bar{Z}_2 \bar{Z}_3}{\bar{Z}_4}$$

Selon le caractère de l'impédance, on peut distinguer deux cas :

- ✓ \bar{Z}_x est à caractère inductif, dans ce cas $\bar{Z}_2 = P$, $\bar{Z}_3 = Q$ (résistances pures) et \bar{Z}_4 l'impédance capacitive réglable.

$$\text{A l'équilibre on a : } \bar{Z}_1 \bar{Z}_4 = \bar{Z}_2 \bar{Z}_3 \Rightarrow \bar{Z}_x \bar{Z}_4 = PQ \Leftrightarrow \bar{Z}_x = \frac{PQ}{\bar{Z}_4} \quad (\text{pont en PQ})$$

- ✓ \bar{Z}_x est à caractère capacitif, dans ce cas $\bar{Z}_2 = P$, $\bar{Z}_4 = Q$ (résistances pures) et \bar{Z}_3 l'impédance capacitive réglable.

$$\text{A l'équilibre on a : } \bar{Z}_1 \bar{Z}_4 = \bar{Z}_2 \bar{Z}_3 \Rightarrow \bar{Z}_x Q = P \bar{Z}_3 \Leftrightarrow \bar{Z}_x = \frac{P}{Q} \bar{Z}_3 \quad \left(\text{pont en } \frac{P}{Q} \right).$$

a) Pont de SAUTY (P/Q Série)

Ce pont convient pour la mesure des impédances capacitives à grandes arguments, c'est-à-dire les condensateurs de bonne qualité.

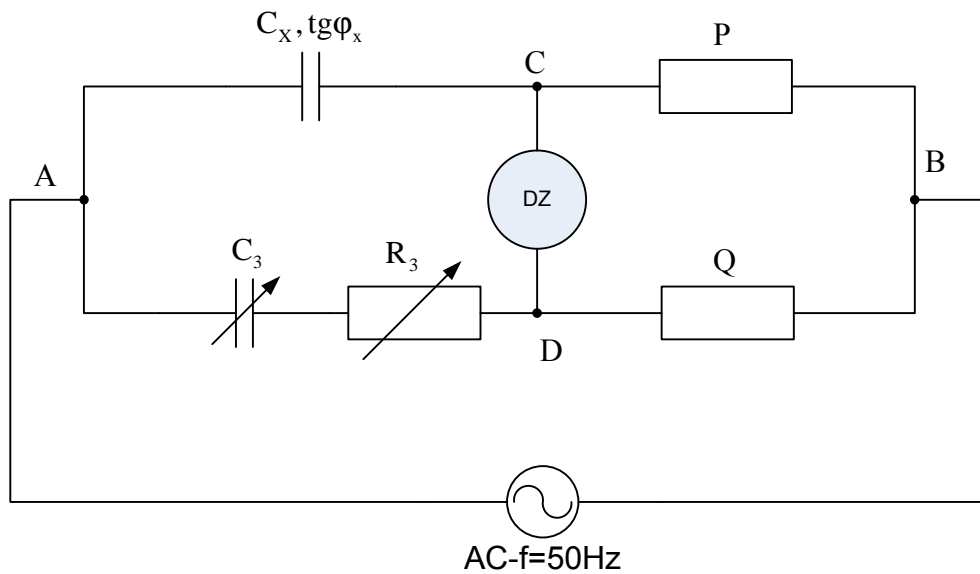


Figure : Pont de SAUTY

b) Pont de WIEN (P/Q parallèle)

Ce pont convient pour la mesure des impédances capacitives à faibles arguments, c'est-à-dire les à fortes pertes.

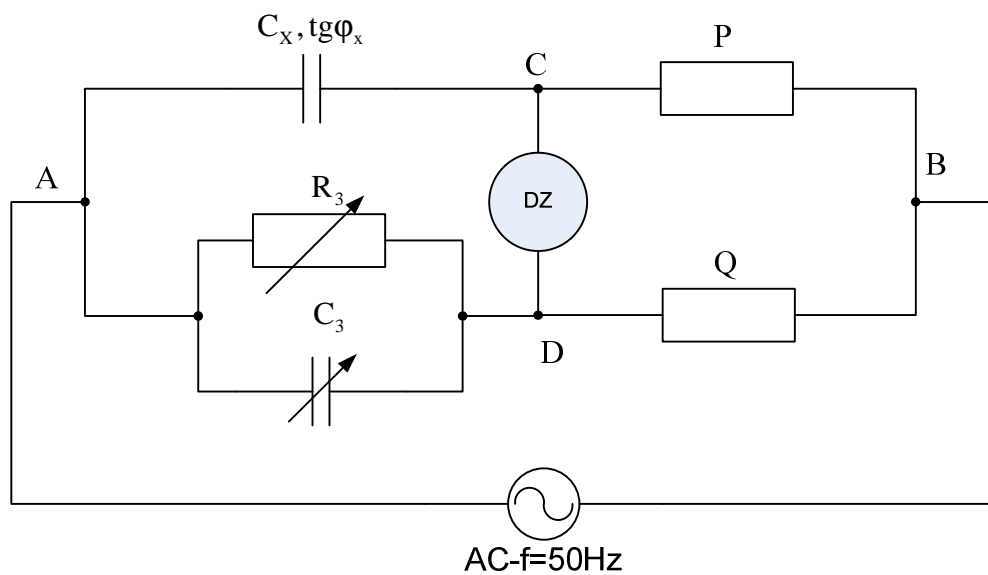


Figure : Pont de WIEN (P/Q parallèle)

c) Pont de HAY (PQ Série)

Ce pont convient pour la mesure des impédances inductives à grandes arguments, c'est-à-dire les inductances de bonne qualité.

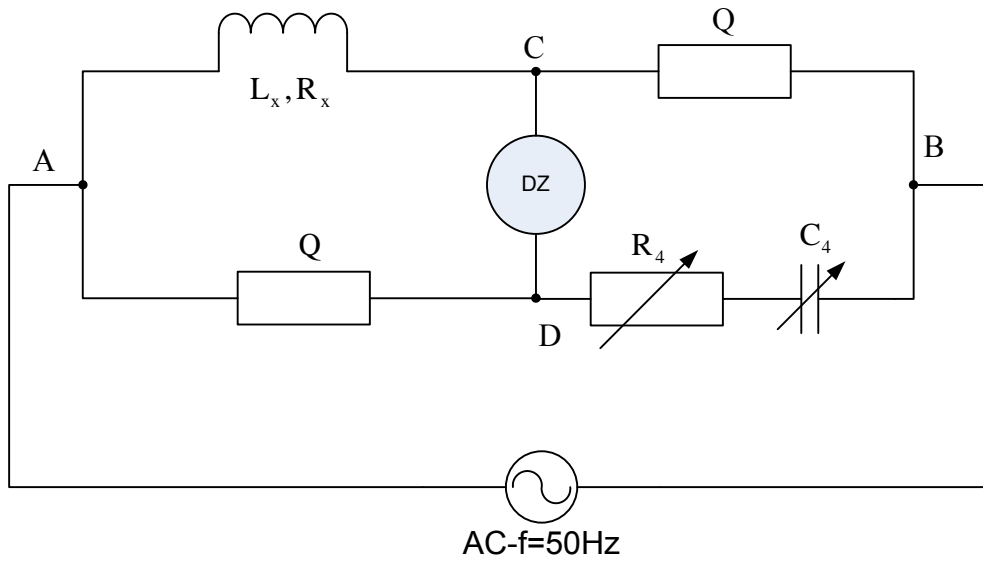


Figure : Pont de HAY (PQ Série)

d) Pont de MAXWELL (PQ parallèle)

Ce pont convient pour la mesure des impédances inductives à faibles arguments.

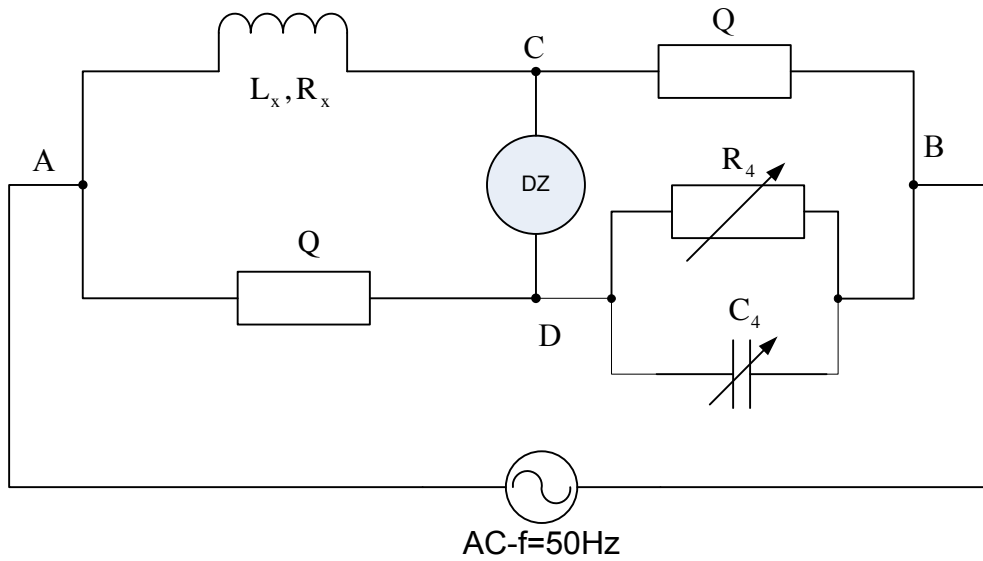


Figure : Pont de MAXWELL (PQ parallèle)

Chapitre 6 : Mesure de la puissance en courant continu et alternatif

1. Mesure de la puissance en courant continu

1.1 Mesure indirecte « méthode voltampère métrique »

La puissance fournie à un récepteur est exprimée par la relation $P = U \cdot I$. Donc pour mesurer cette puissance on utilise un ampèremètre pour mesurer I et un voltmètre pour mesurer U selon deux cas de montages (*montage amont et montage aval*).

La précision de cette méthode dépend de la précision des appareils de mesure et du mode du branchement de ces appareils (*montage aval et montage amont*).

- Pour le montage aval

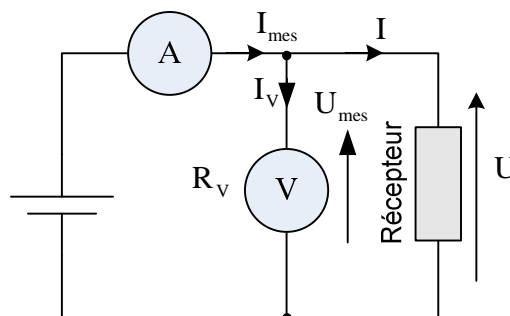


Figure 1 : Montage aval

$$P_{mes} = U_{mes} \cdot I_{mes} = P + \frac{U^2}{R_v}$$

L'erreur due à la méthode de mesure est donc : $\Delta P_{méthode} = \frac{U^2}{R_v}$

- Pour le montage amont :

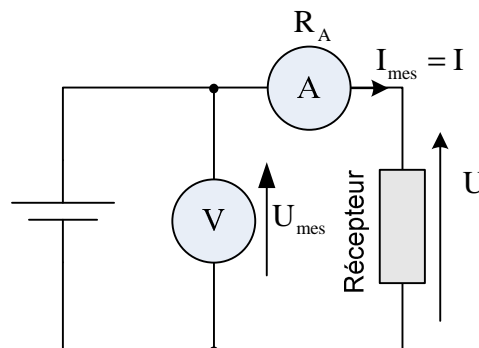


Figure 2 : Montage amont

$$P_{mes} = U_{mes} \cdot I_{mes} = (R + R_A)I \cdot I = P + R_A I^2$$

L'erreur due à la méthode de mesure est donc : $\Delta P_{\text{méthode}} = R_A I^2$

1.2. Mesure directe « utilisation d'un Wattmètre »

La mesure de puissance utilise un wattmètre qui est un appareil de type électrodynamique. Il est utilisable en courant alternatif (CA ou AC) et en courant continu (CC ou DC).

Le wattmètre est un appareil insensible aux champs extérieurs ; il est constitué essentiellement d'un circuit courant et d'un circuit tension.

La constante du wattmètre est donnée par $K = \frac{\text{calibre de } U * \text{calibre de } I}{\text{échelle}}$ qui représente la puissance par division de l'échelle.

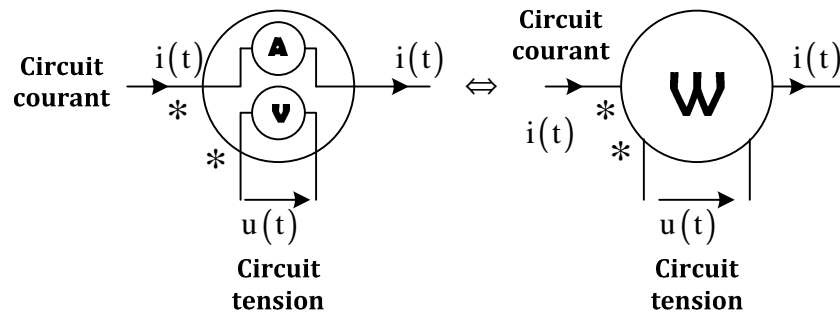


Figure 3 : Schéma équivalent et symbole d'un wattmètre

Le circuit courant se branche en série et le circuit tension se branche en dérivation selon deux manières différentes : montage amont et montage aval. R représente le récepteur ou charge.

a. Principe de fonctionnement du wattmètre

Un wattmètre indique la valeur moyenne du produit de l'intensité $i(t)$ du courant traversant son circuit intensité par la d.d.p $u(t)$ aux bornes de son circuit tension.

Dans le cas où les deux grandeurs sont **sinusoïdales et de même fréquence,**

$$i(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t) \quad \text{et} \quad u(t) = U\sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi)$$

La puissance indiquée par le wattmètre est $P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt$

- ✓ En courant continu, $P = U \cdot I$
- ✓ En courant alternatif sinusoïdal, $P = UI \cos(\varphi)$

b. Branchement d'un Wattmètre

L'appareil mesure lui-même la tension (2 bornes fonctionnent comme un voltmètre) et le courant (2 bornes fonctionnent comme un ampèremètre) et effectue le produit et l'affiche sur l'écran.

Dans cette méthode, on utilise un wattmètre pour mesurer la puissance selon les deux cas de montages (montage amont et montage aval) :

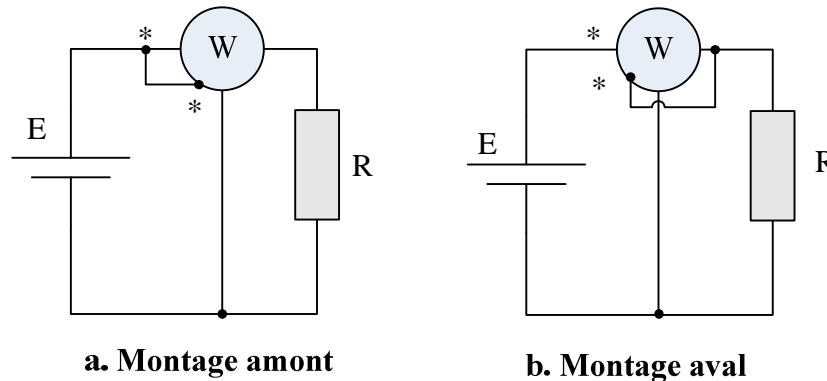


Figure 4 : branchement d'un wattmètre

- Pour le montage amont : $\Delta P_{tot} = \frac{\text{classe} \cdot \text{calibre de } U \cdot \text{calibre de } I}{100} + R'_{AW} \cdot I^2$
- Pour le montage aval : $\Delta P_{tot} = \frac{\text{classe} \cdot \text{calibre de } U \cdot \text{calibre de } I}{100} + \frac{U^2}{R'_{VW}}$
 - R'_{AW} : est la résistance interne du circuit intensité du wattmètre
 - R'_{VW} : est la résistance interne du circuit tension du wattmètre

2. Mesure de la puissance en courant alternatif monophasé

Les expressions des puissances en courant alternatif sont données par:

- $S = U \cdot I$ [VA] : puissance apparente,
- $P = U \cdot I \cdot \cos\varphi$ [W] : puissance active
- $Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi$ [VAR] : puissance réactive

Avec :

- U et I sont les valeurs efficaces de la tension simple (entre phase et neutre) et du courant absorbé par le récepteur
- $\varphi = (\widehat{u, i})$ est le déphasage entre le courant et la tension.

2.1. Mesure de la puissance apparente (méthode voltampère métrique)

Pour mesurer la puissance apparente S , il faut utiliser un ampèremètre et un voltmètre pour mesurer les valeurs efficaces du courant et de la tension

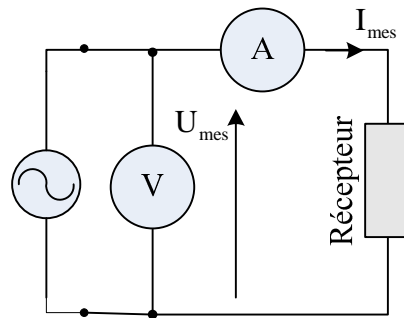


Figure 5 : mesure de la puissance apparente

$$S_{mes} = U_{mes} \cdot I_{mes}$$

2.2. Mesure de la puissance active

a. Méthode directe

Pour mesurer la puissance active P , il faut utiliser un wattmètre. Le mode de branchement du wattmètre reste le même à celui du courant continu.

b. Méthode de trois ampèremètres

Le principe de cette méthode consiste à brancher trois ampèremètres suivant le schéma suivant, où R représente une résistance étalon de grande précision.

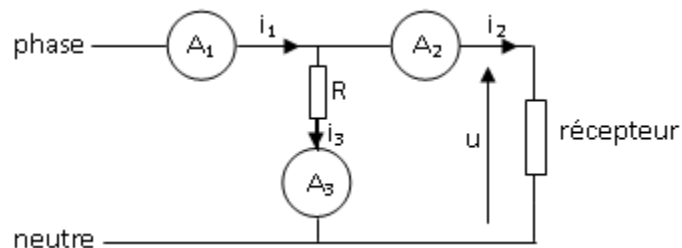


Figure 6 : mesure de la puissance avec trois ampèremètres

i_1 , i_2 et i_3 valeurs instantanées

$$i_1 = i_2 + i_3 \Rightarrow i_1^2 = (i_2 + i_3)^2 = i_2^2 + i_3^2 + 2i_2i_3$$

$$p = ui_2 = Ri_3i_2 = \frac{R}{2}(i_1^2 - i_2^2 - i_3^2)$$

La puissance active consommée par le récepteur est :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{R}{2T} \int_0^T (i_1^2 - i_2^2 - i_3^2) dt = \frac{R}{2} (I_1^2 - I_2^2 - I_3^2)$$

I_1 , I_2 et I_3 sont les valeurs efficaces des courants i_1 , i_2 et i_3

c. Méthode de trois voltmètres

Soient u_1 , u_2 et u_3 les valeurs instantanées des tensions aux bornes des trois voltmètres

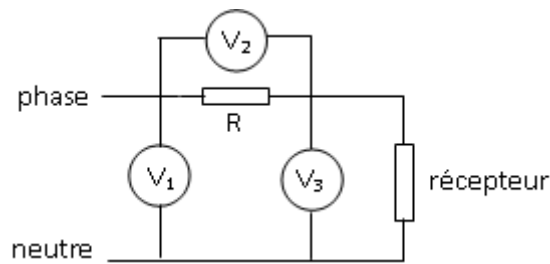


Figure 7 : mesure de la puissance avec trois voltmètres

$$u_1^2 = (u_2 + u_3)^2 = u_2^2 + u_3^2 + 2u_2u_3$$

La puissance instantanée absorbée par le récepteur est :

$$p = u_3 \frac{u_2}{R} = \frac{1}{2R} (u_1^2 - u_2^2 - u_3^2)$$

$$\text{La puissance active est : } P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{2RT} \int_0^T (u_1^2 - u_2^2 - u_3^2) dt = \frac{1}{2R} (U_1^2 - U_2^2 - U_3^2)$$

U_1 , U_2 et U_3 sont les valeurs efficaces des tensions u_1 , u_2 et u_3 .

2.3 Mesure de la puissance réactive

Pour avoir la puissance réactive Q , il faut mesurer S et P .

$$\text{Ou encore : } S = P + jQ \Rightarrow S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

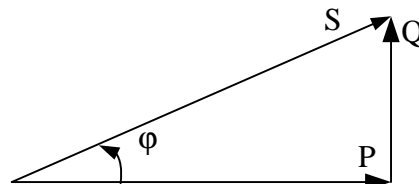


Figure 8 : triangle de puissances en régime sinusoïdal

$$\text{On effet : } S = P + jQ \Rightarrow Q = \pm \sqrt{S^2 - P^2}$$

En tenant compte du type du récepteur :

- Pour une charge inductive $\Rightarrow Q > 0$ et $\varphi > 0$
- Pour une charge résistive $\Rightarrow Q = 0$ et $\varphi = 0$
- Pour une charge capacitive $\Rightarrow Q < 0$ et $\varphi < 0$

3. Mesure de la puissance en triphasée :

Quelque soit le type de couplage du récepteur, les puissances en triphasé s'expriment de la manière suivante :

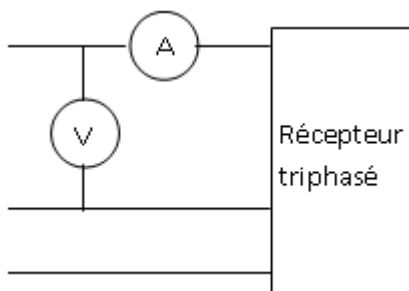
- *Puissance active notée* : $P = \sqrt{3} * U_{\text{eff}} * I_{\text{eff}} * \cos(\varphi_v - \varphi_i)$ en [W]
- *Puissance réactive notée* : $Q = \sqrt{3} * U_{\text{eff}} * I_{\text{eff}} * \sin(\varphi_v - \varphi_i)$ en [VAR]
- *Puissance apparente notée* : $S = \sqrt{3} * U_{\text{eff}} * I_{\text{eff}}$ en [VA]

Avec :

- U_{eff} et I_{eff} : valeurs efficace de la tension composée (phase -phase) et du courant absorbé par le récepteur (courant de ligne),
- $(\varphi_v - \varphi_i)$: étant le déphasage entre le courant I et la tension V (tension entre phase-neutre).

3.1. Mesure de la puissance apparente

Ligne à 3 fils : $S = \sqrt{3}U_{\text{mes}}I_{\text{mes}}$



Ligne à 4 fils : $S = 3V_{\text{mes}}I_{\text{mes}}$

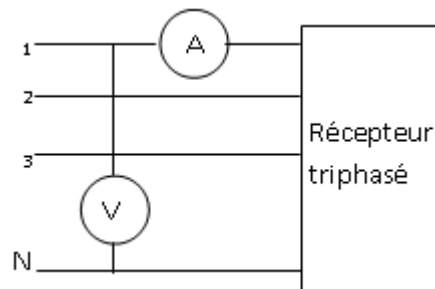


Figure 9 : Mesure de la puissance apparente

3.2. Mesure de la puissance active P

Lorsque les signaux sont de même période, la puissance active transportée par une ligne triphasée s'exprime donc par la relation générale :

$$P = (v_1 * i_1)_{\text{moy}} + (v_2 * i_2)_{\text{moy}} + (v_3 * i_3)_{\text{moy}} = 3 * \text{indication de W}$$

Pour mesurer les puissances actives on utilise 3 wattmètres.

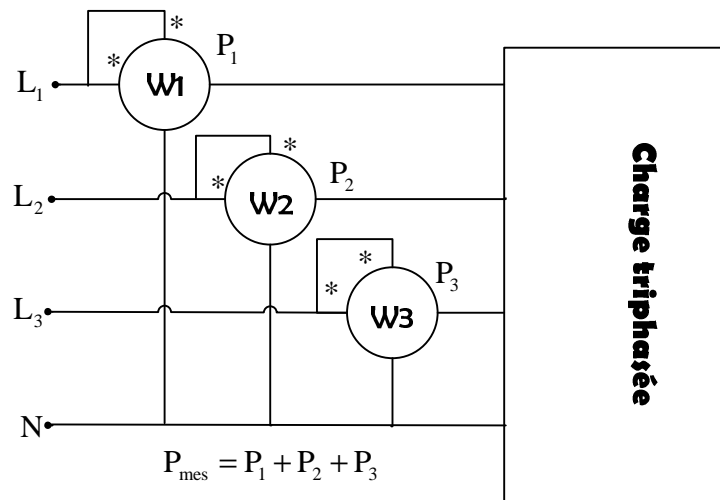


Figure 10 : Mesure de la puissance active P

3.3. Mesure de la puissance réactive Q triphasée :

i. Mesure de la puissance réactive avec un varmètre

En régime alternatif sinusoïdal équilibré en tensions et courants :

$$Q = 3 \cdot V_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \sin(\varphi) = \sqrt{3} \cdot U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \sin(\varphi) \text{ en [VAR]}$$

$$\text{Tel que : } \varphi = (\bar{V}_1, \bar{I}_1) = (\bar{V}_2, \bar{I}_2) = (\bar{V}_3, \bar{I}_3)$$

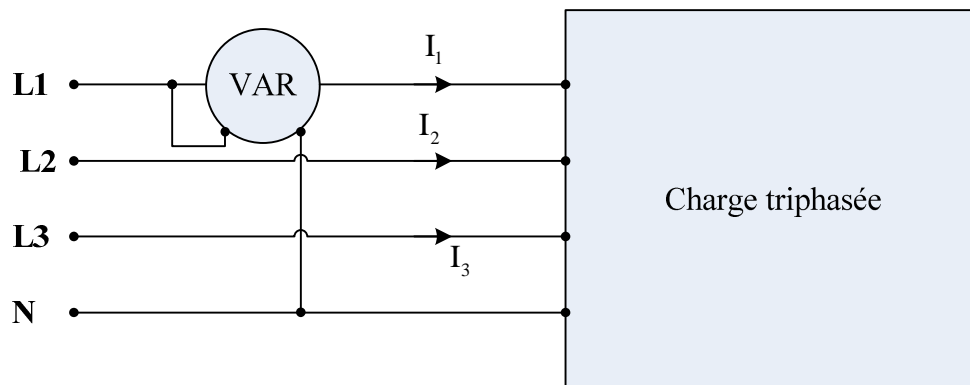


Figure 11 : Mesure de la puissance réactive triphasée avec un varmètre

ii. Mesure de la puissance réactive avec un wattmètre

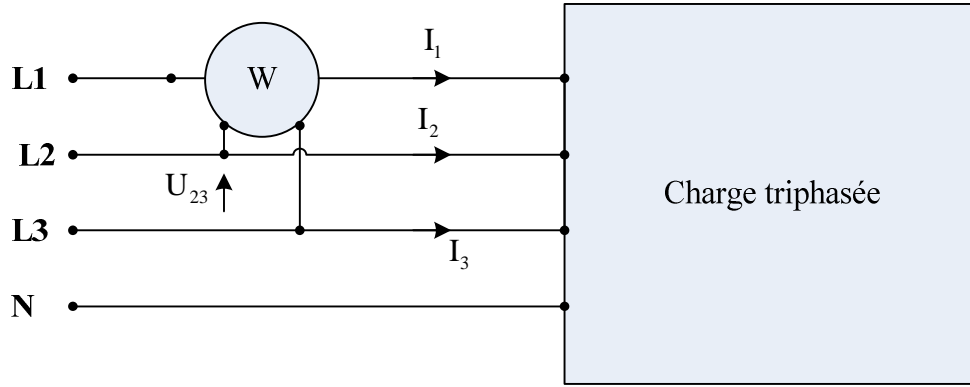


Figure 12 : Mesure de la puissance réactive triphasée avec un wattmètre

L'indication du wattmètre est :

$$P_w = U_{23\text{eff}} \cdot I_{1\text{eff}} \cdot \cos(\bar{I}_1, \bar{U}_{23}) = U_{23\text{eff}} \cdot I_{1\text{eff}} \cdot \cos\left[\left(\bar{I}_1, \bar{V}_1\right) + \left(\bar{V}_1, \bar{U}_{23}\right)\right]$$

$$= U_{23\text{eff}} \cdot I_{1\text{eff}} \cdot \cos\left[\left(\varphi\right) - \frac{\pi}{2}\right] = U_{23\text{eff}} \cdot I_{1\text{eff}} \cdot \sin(\varphi) = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \sin(\varphi) = \frac{Q}{\sqrt{3}} ;$$

(Avec : $\cos(a - b) = \cos(a) \cdot \cos(b) + \sin(a) \cdot \sin(b)$)

$$\Rightarrow Q_{\text{mes}} = \sqrt{3}P_w$$

3.4. Méthode de deux wattmètres (méthode double wattmètre):

Dans le cas ou on dispose d'une ligne triphasée à 3 fils (trois phases uniquement), on utilise la méthode des deux wattmètres selon la figure suivante :

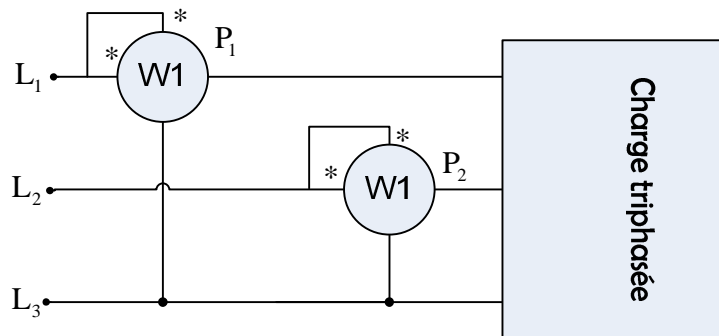
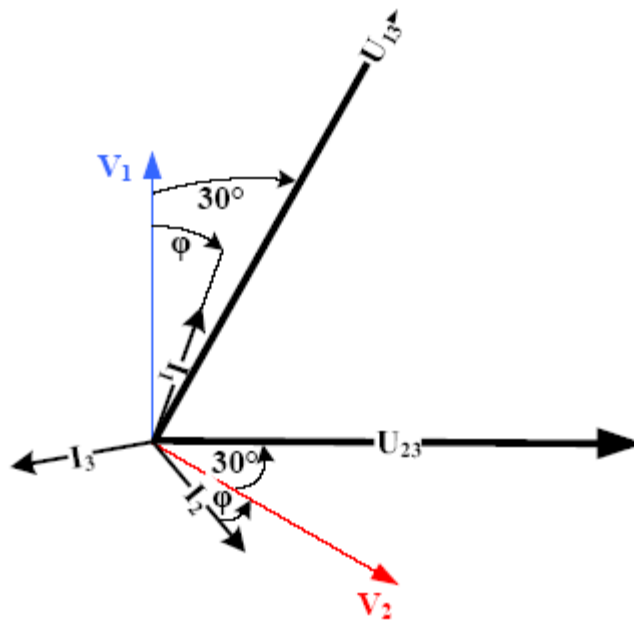


Figure 13 : Mesure des puissances P et Q à l'aide de la méthode de deux wattmètre



Le wattmètre W1 est soumis à I_1 et U_{13} : il mesure :

$$\begin{aligned} P_{mes1} &= I_1 U_{13} \cos(U_{13}, I_1) = UI \cos(U_{13}, I_1) = I_1 U_{13} \cos(30 - \varphi) \\ &= I_1 U_{13} [\cos(30)\cos(\varphi) + \sin(30)\sin(\varphi)] \end{aligned}$$

Sachant que : $\begin{cases} U = U_{13} = U_{23} = U_{12} \\ I = I_1 = I_2 = I_3 \end{cases}$

$$P_{mes1} = UI \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \cos(\varphi) + \frac{1}{2} \sin(\varphi) \right]$$

Avec : $\begin{cases} \cos(a - b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b) \\ \cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b) \end{cases}$

Le wattmètre W2 est soumis à I_2 U_{23} : il mesure :

$$P_{mes2} = UI \cos(U_{23}, I_2) = UI \cos(30 + \varphi) = UI [\cos(30)\cos(\varphi) - \sin(30)\sin(\varphi)]$$

$$P_{mes2} = UI \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \cos\varphi - \frac{1}{2} \sin\varphi \right]$$

$$P = P_{mes1} + P_{mes2} = \sqrt{3}UI \cos(\varphi) \quad \text{et} \quad Q = \sqrt{3}(P_{mes1} - P_{mes2})$$

Remarque : Selon le signe de P_2 :

- Lorsque $\varphi < \frac{\pi}{3}$ ou (60°) : dans ce cas $P_2 = U I \cos(30 + \varphi) > 0$ et $P_1 > 0$

$$\text{donc} \begin{cases} P_{mes} = P_1 + P_2 \\ Q_{mes} = \sqrt{3}(P_1 - P_2) \end{cases}$$

- Lorsque $\varphi > \frac{\pi}{3}$ ou (60°) : dans ce cas $P_2 = U I \cos(30 + \varphi) < 0$ et $P_1 > 0$

$$\text{donc} \begin{cases} P_{mes} = P_1 - P_2 \\ Q_{mes} = \sqrt{3}(P_1 + P_2) \end{cases}$$

NB :

- La méthode des deux wattmètres ne permet de déterminer la puissance réactive que dans le cas d'un système équilibré en tension et en courant, alors qu'elle fournit la puissance active dans tous les cas de fonctionnement.
- L'application de cette méthode, nécessite de repérer l'ordre de succession des phases donc il suffit alors de se placer dans le cas de fonctionnement pour le quel le signe de Q est connue et observer les indications des deux wattmètres. (**Q > 0 pour une charge inductive et Q < 0 pour une charge capacitive**).

Bibliographie :

- [1] Pierre-André Paratte et Philippe Robert, Traité d'Electricité, Systèmes de mesure, Volume XVII, Presses polytechniques et universitaires romandes. ISBN : 2-88074-321-4.
- [2] Georges Asch et collaborateurs, Les capteurs en instrumentation industrielle, Dunod, ISBN : 2100047582.
- [3] Pascal Dassonvale, Les capteurs, Dunod, ISBN : 2100069977.
- [4] Michel Grout, Instrumentation industrielle, spécification et installation des capteurs et des vannes de régulation, Dunod, ISBN : 2100057316.